

「発振器の結合系の振舞いとその応用について (その2)」の研究

遠藤 哲郎

Behavior of Coupled Oscillator System and its Application (Part 2)

Tetsuro Endo

1 まえがき

発振器の結合系はさまざまな目的・方法で古くから研究がおこなわれている。本研究では多数の硬発振形のファン・デル・ポールの発振器(双安定発振器)を環状に結合した系において、非減衰のパルス波動が伝播する場合があることを主にコンピュータシミュレーションによって例示する。このような能動線路の中を非減衰で伝播する波動は生体の神経線路などによくみられるが、これに情報を載せれば、中継器なしで大陸間通信を可能にする長距離非減衰線路などの応用が可能となるなど、いくつかの工学的応用も考えられる。

2 回路モデル

図1はインダクタンスによってリング状に結合された双安定発振器の格子状結合モデルである。ここにおいて、次のような硬発振タイプの非線形特性を仮定する。

$$i_{NC} = g_1 V - g_3 V^3 + g_5 V^5, \quad g_1, g_3, g_5 > 0$$

つまり、各々の切り離された発振器は2つの定常状態: 無発振状態と周期振動状態を初期値に応じて示す。さらに、ある程度の大きさの時変ノイズを仮定すると正規化の後、回路方程式は次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= y_i + A \cdot n_i(t) \\ \dot{y}_i &= -\varepsilon \omega_i (1 - \beta x_i^2 + x_i^4) y_i \\ &\quad - \omega_i^2 (1 - \alpha) x_i + \omega_i^2 \alpha (x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1}) \\ , \quad i &= 1, 2, \dots, N, \quad x_0 = x_N, x_{N+1} = x_1, \\ (\cdot &= d/dt) \end{aligned} \tag{1}$$

ここにおいて N は発振器の個数をあらわす。 x_i は i 番目の発振器の正規化された出力電圧を、 y_i はその微分を、そして ω_i は i 番目の発振器の固有角周波数をあらわす。また、パラメータ $\varepsilon (> 0)$ は非線形性の強さを、パラメータ $\alpha (0 \leq \alpha \leq 1)$ は結合係数をあらわす。さらに、 $n_i(t)$ は -1 から $+1$ の

間にランダムに分布する時変ノイズをあらわす。この論文では $N = 100$ とするが、パルス波動の伝播現象は任意の個数の結合系においてみられる。

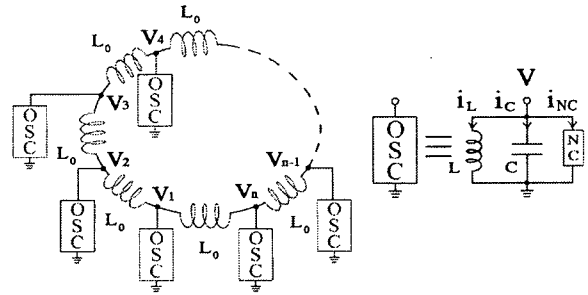


図1 A lattice of inductor-coupled bistable oscillators in a ring structure

3 パルス波動の伝播現象

まず最初にノイズのない結合格子にみられる典型的な波動伝播現象について述べる。図2は、 $\varepsilon = 0.36$, $\alpha = 0.3$, $\beta = 3.2$ のときの典型的な伝播するパルス波動をあらわす。各々の図は各時刻におけるスナップをあらわす。図より、単一のパルスが左から右へ一定の速度で伝播している様子がみられる。どちらの方向にパルスが伝播するかは、初期条件によって決まる。このパルス波は大振幅で発振するいくつかの隣り合う発振器からできている。このようなパルス波はパラメータ空間の広い範囲において存在する。

図3は伝播するパルス波とその他の現象の存在領域を $\varepsilon = 0.36$ の場合について示したものである。われわれのシミュレーション結果として β を 3.15 から 3.30 ぐらいに選ぶと α の広い範囲において伝播するパルス波動が存在する(図3のP領域)。P領域の左側でSと書いた領域 ($\alpha < 0.1$) では伝播するパルス波ではなく、定在波形のパルス波が存在する。S領域は伝播不能領域に対応する。伝播不能現象は反応拡散方程式ではしばしば見られるが、式(1)のような別のタイプの方程式でもこの現象がみられることは注目に値する。図3のW領域ではすべ

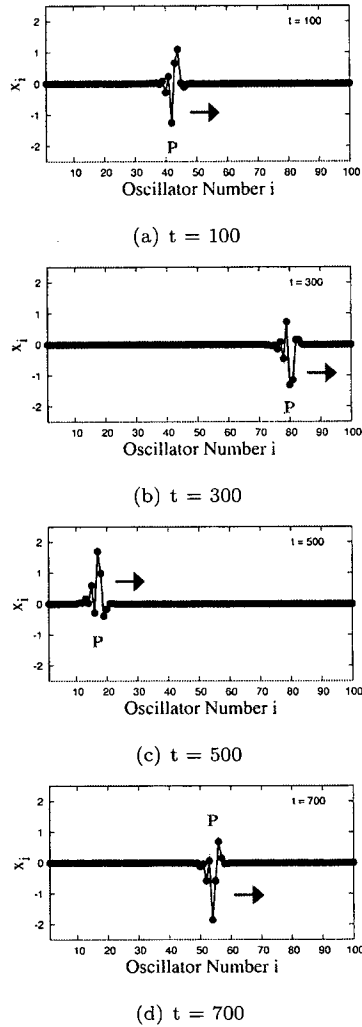


図2 Snapshots of typical pulse wave propagation for $\alpha = 0.3$, $\beta = 3.2$ and $\epsilon = 0.36$. Initial condition is $x_{22} = -0.9$, $x_{23} = -0.7$, $x_{24} = 1.6$, $x_{25} = 1.4$, $y_{22} = 0.9$, $y_{23} = -1.6$, $y_{24} = -1.4$, $y_{25} = 1.2$ and all other variables are zero. P denotes the propagating pulse wave at time t . Oscillator number has a ring structure, i.e., number 100 is connected to number 1.

での発振器が大振幅で発振している。また、Z領域は無発振領域である。

次に各々の発振器がノイズに加えて平均値 ($a = 1$) で、さまざまな標準偏差 (σ) をもった固有周波数のばらつきがある場合を考えよう。さらに、 $n_i(t)$ を一様なランダムノイズとして、これを式 (1) の第

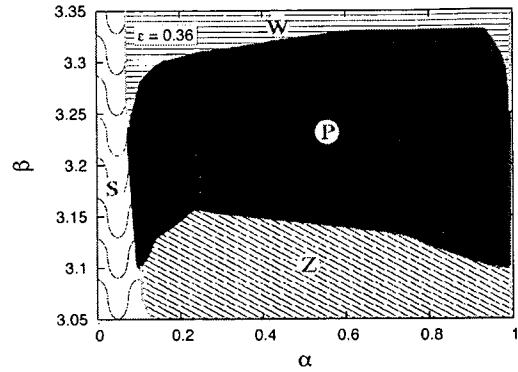


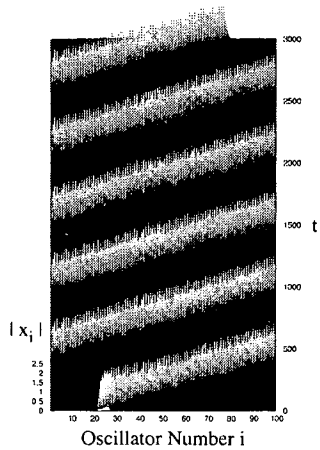
図3 Existence regions of propagating pulse and other phenomena in uniform lattice without noise for $\epsilon = 0.36$. The “P”, “S”, “W” and “Z” are existence regions of propagating pulse wave, standing pulse, whole oscillation and no oscillation respectively. This figure is obtained from the same initial condition as Fig. 2.

1 式の右辺に加える。図 4 (a) は、($\sigma = 0.02$) で $A = 0.2$ のときの単独のパルス波の伝播の様子を図 2 と同様の初期条件で描いたものである。図 4 (b) は固有周波数の分布の例である。図より固有周波数のゆらぎとノイズがあっても伝播パルス波はこれらがなくとも (図 2) と同様に一定の速度で伝播することが見て取れる。このような実際的な条件の下では、定在波、無発振、総発振などさまざまな現象が同じパラメータと同じ初期条件でみる事ができる。しかしながら、結合係数を増すと、伝播パルス波が優位にみられるようになる。

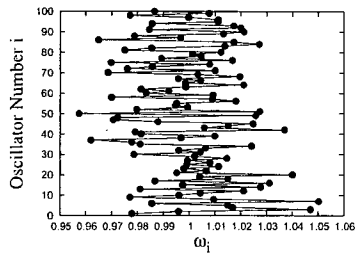
図 5 は 30 回の試行に対して、何回進行パルス波が発生したかで、発生確率を計算したもので、 α が大きくなると伝播するパルス波の発生確率が 1 に近づくことが分かる。

4 結論

インダクタンスで結合した双安定発振器の簡単なモデルからさまざまな伝播するパルス波が発生することを示した。しかも、このパルス波は結合係数 α がある程度大きければ、固有周波数のばらつきやノイズがあっても存在することが示された。一方、結合係数が小さいと、定在波形のパルスがあらわれることが分かった。これは伝播欠落現象に対応する。これらの現象から、このような進行波形のパルス波は実際の回路でも存在するものと予測され



(a) Propagating pulse wave



(b) Distribution of intrinsic oscillation frequencies

図 4 A single propagating pulse under both frequency fluctuation and noise for $\sigma = 0.02$, $A = 0.2$, $\alpha = 0.3$, $\beta = 3.2$ and $\varepsilon = 0.36$. Initial condition is same as that of Fig. 2

る。今後の課題として、われわれはこのような系を実験によって実現すると共に理論解析を行うことがある。

参考文献

- [1] T. Endo and T. Ohta, "Multimode oscillations in a coupled oscillator system with fifth-power nonlinear characteristics," IEEE Trans. Circuits Syst. vol.CAS-27, no.4, pp.277-283, 1980.
- [2] Y. Nishiura, D. Ueyama and T. Yanagita, "Chaotic pulses for discrete reaction diffusion systems," SIAM J. Applied Dynamical Systems, vol.4, no.3, pp.723-754, 2005.
- [3] M. Yamauchi, Y. Nishio, A. Ushida and M.

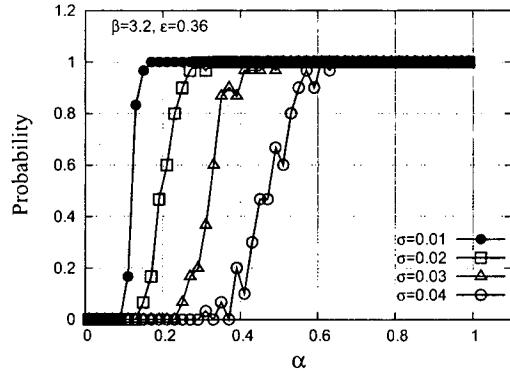


図 5 Probability of emergence of the propagating pulse in terms of coupling strength α for various values of σ ($A = 0.2$, $\beta = 3.2$, $\varepsilon = 0.36$).

Tanaka, "Phase-inversion waves in oscillators coupled by two kinds of inductors as a ladder," IEICE Trans.Fundamentals, vol.E87-A, no.9, 2004.