真の指数計測とそのシステムーワイド・アプローチへの応用

The Measurement of the True index Numbers and its Application to the System-wide Approach

水　野　勝　之

Katsushi　Mizuno

1　序

これまでにHenri Theilのシステムーワイド・アプローチの現実経済分析の適用をいくつか試みてきた。制約条件の緩いシステムーワイド・アプローチを利用することによりこれまで厳しい前提の下に行われてきた様々な実証分析を，より一般化した形で実現可能にしようというのが主なねらいであった。拙著（1992a）(注1) にもみられるように，こうした研究はまずシステムーワイド・アプローチの需要方程式に現実経済データを適用することによりその各パラメータ値を推定し，その結果を独自の諸分析へ応用するという形で展開してきた。

この研究の範囲は消費及び生産理論に及んでいるが，そのうち消費においては

（1）　効用関数の計測

（2）　指数の計測

が主となっていた。（1）の効用関数の計測ではシステムーワイド・アプローチの消費需要方程式の特徴をいかすことにより効用関数のパラメータ値を推定することができた。特にこのアプローチが基数的効用を前提としていることから日本経済においてより精緻な基数的効用が計測できたことは経済学的に非常に意味が大きい(注2)。また（2）の指数の計測では拙稿（1992a）において従来計測の難しかったフリッシュ指数を計測可能とし，その結果を日本経済における質的生産指数の計測に結びつけることができた。また，拙稿（1992b）ではフリッシュ指数の延長上で真の生計費指数と真の実質所得指数の計測を行うことに成功した。

（注1）そこではシステムーワイド・アプローチの独自の応用についていくつかの試みを行っている。

（注2）基数的効用を計測するためには効用関数の制約を緩めなければならない。その試みを行ったのが拙稿（1992b）であり，応用は拙稿（1995）である。

いずれにせよ，これまでの拙著の消費におけるシステムーワイド・アプローチの応用の図式は

システムーワイド・アプローチのパラメータの推定

⇩

効用関数の推定と効用の計測

⇩

フリッシュ指数の計測と応用

というものが主であった。今回の本稿での試みはこの順番をかえようというものである。上記の図式は拙稿で示してきた基本的な最も自然な図式であるが，この中ではシステムーワイド・アプローチ式の推定の前提となる１つのパラメータ値を他の理論に基づく計測からもってこなければならない。具体的にいえば，そのパラメータは後出の所得伸縮性（逆数は所得の限界効用の所得弾力性）であり，このパラメータはその値を仮定するかまたはワーキングモデル等で推定しなければならなかった。今回は上記の図式の順番をかえ

効用関数の計測

⇩

フリッシュ指数計測

⇩

システムーワイド・アプローチ式の計算

という図式を描くことによりこのパラメータ値を手元の理論の中から導き出そうという試みである。

もう少し具体的に話をしよう。上述した本稿の図式の前提には計測可能な効用関数が必要となる。そのためにはこれまで分析に適用してきた発展的な一般的効用関数よりも多少制約は強くても計測可能でかつ現実的な効用関数を利用しなければならない。この典型例として線型支出体系に対応するクライン＝ルービン型効用関数[注3]（ベルヌイ＝ラプラス型効用関数ともい

う）があげられる。この効用関数ならば線型支出体系の主要方程式のパラメータを推定することによりそのパラメータを得ることができる。

この関数を利用することでの本稿のメリットをあげておこう。クライン＝ルービン型効用関数はその対応関係から真の指数の計測を可能にする。この研究はいままで日本ではほとんど行われていないが，その効用関数の計測により真の指数と呼ばれる真の生計費指数（理論生計費指数），真の実質所得指数，真の限界価格指数の計測が可能となる（注4）。これらの指数を効用関数から計算することには大きな意味がある。それは，これまでシステムーワイド・アプローチ式の計測を前提に計測してきたフリッシュ価格指数をそれ以外の理論展開により計測できることである。拙稿（1992b）を除けばこのような例はいままでほとんどない。フリッシュ指数がシステムーワイド・アプローチの応用として捉えてきた従来のスタンスをかえ，システムーワイド・アプローチがフリッシュ指数の応用という立場に転換するのである。

こうした理論展開することは最後にたいへん重要な結果をもたらす。前述したことだが，特定の仮定や他のワーキングモデルの利用によらず所得の伸縮性の値を特定できる。これはクライン＝ルービン型効用関数を前提することからシステムーワイド・アプローチに効用の加法性ともいえる選好独立を仮定することの結果生まれる成果である。ここでの理念プロセスを経て計測しない限り，システムーワイド・アプローチのみではこの所得伸縮性の値を特定することはできない。

2　クライン＝ルービン型効用関数による効用の計測

いま述べたクライン＝ルービン型の効用関数を特定すれば以下のようになる。

$$u(q)=\sum_{i=1}^{n}\theta_i \ln(q_i-b_i) \tag{1}$$

ここで，lnは自然対数，そして

u：効用

q：数量ベクトル

である。

（注3）ここでは統一する意味でTheil（1980a）（1980b）の使っているクライン＝ルービン型という呼び方を使う。

（注4）真の生計費指数と真の実質所得指数の計測の試みは拙稿（1992b）で行っている。その際はΣ－ＱＥＳ需要関数をもとにフリッシュモーメントを推計したのちそれらの真の指数の計算を行った。今回の理論では効用関数を変更することにより異なる展開を図った。

またパラメータには

$$\sum_{i=1}^{n} \theta_i = 1$$

$$q_i > b_i \qquad i = 1, \cdots n$$

の条件が付されている。右辺が加法的になっており選好独立の仮定と呼ぶ。これに対応する需要関数は

$$p_i q_i = p_i b_i + \theta_i \left(y - \sum_{i=1}^{n} p_i b_i \right)$$
$$i = 1, \cdots, n \tag{2}$$

である。第 i 財の需要を右辺の名目所得 y と各財の価格 p_i で説明した式となっており，これを線型需要体系と呼ぶ。ここで θ_i は

$$\frac{\partial p_i q_i}{\partial y} = \theta_i$$

である。y が増加したときの第 i 財への支出 $p_i q_i$ が増加する割合を示していることから θ_i は第 i 財の限界シェアと呼ばれる。上式は

$$p_i q_i = \theta_i y + (1 - \theta_i) b_i p_i - \sum_{j \neq i} p_j b_j \tag{2$'$}$$

と書きかえることができる。

この線型支出体系を推定する(注5)。ここでの費目分類は国民経済計算年報より次の8費目とする。

1　食品・飲料・煙草
2　衣服・はきもの
3　家賃・光熱・水道
4　家具・家庭器具・家計雑費

(注5) パラメータの非線型性から連立体系に適用した非線型3段階最小二乗法を利用すべきだが，ソフトの制約上最小二乗法の適用となった。パラメータ制約については推定結果がほとんどこの条件を満たすためその結果をを利用した。

5　医療・保健

6　交通・通信

7　レクリエーション・娯楽・教育・文化・サービス

8　その他

所得データには，8費目についての所得＝支出という関係，すなわち

$$y=\sum_{i=1}^{n}p_i q_i \tag{3}$$

が成立するように名目総消費を用いる。これらを用いて線型支出体系を1970年度から1993年度までの会計年度年次データで推定した結果を示そう(注6)。まず各費目の限界シェアは$\theta_1=0.1759$，$\theta_2=0.0678$，$\theta_3=0.2384$，$\theta_4=0.0875$，$\theta_5=0.1414$，$\theta_6=0.1631$，$\theta_7=0.0860$，$\theta_8=0.0401$と推定された。この中では，食料・飲料・煙草，家賃・光熱・水道，医療・保健，交通・通信が比較的高い値を示している。また，b_iの推定値は$b_1=273.4$，$b_2=47.6$，$b_3=304.0$，$b_4=15.3$，$b_5=7.6$，$b_6=61.3$，$b_7=19.7$，$b_8=112.4$であった。

線型支出体系のパラメータの推定値の準備が終えたのでそれを利用して効用関数の計算をすることが可能となった。そのために（1）のクライン＝ルービンの直接効用関数を次のように線型支出体系を用いて間接効用関数に改める。すなわち

$$u=k+\ln\left(y-\sum_{i=1}^{n}p_i b_i\right)-\sum_{i=1}^{n}\theta_i \ln p_i \tag{4}$$

ただし，

$$k=\sum_{i=1}^{n}\theta_i \ln\theta_i$$

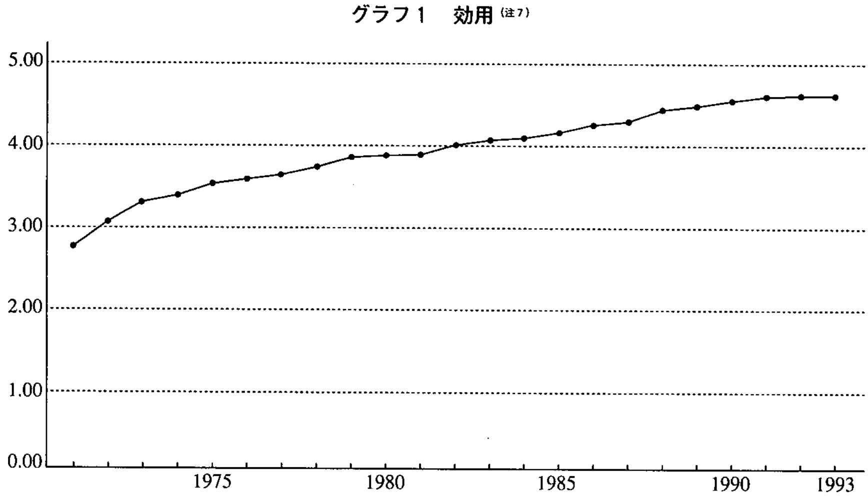
である。（4）式の効用関数の右辺は定数項k，補償所得$y-\sum_{i=1}^{n}p_i b_i$及び各財価格p_iより構成されている。この（4）式にいまもとめた線型支出体系の各パラメータ値を代入すると効用水準を計算することができる。各時点の効用を計算したものが表1であり，それをグラフで表したものがグラフ1である。クライン＝ルービン型効用関数は効用指標関数として序数的色彩が強いものの，グラフから効用水準が次第に上昇していることが見てとれる。

（注6）価格にはデフレータを利用し，1990年基準で統一した。

表1　効用

	効　用
1970	2.483
71	2.754
72	3.098
73	3.306
74	3.411
75	3.510
76	3.597
77	3.663
78	3.738
79	3.837
80	3.855
81	3.879
82	4.001
83	4.050
84	4.095
85	4.144
86	4.196
87	4.269
88	4.383
89	4.446
90	4.502
91	4.540
92	4.557
93	4.577

グラフ1　効用(注7)



（注7）グラフについてはすべて1971年度から1993年度までの表示に統一してある。

3　真の指数

次に効用関数を利用して本稿の一つの目的である真の指数の計測の準備に入ろう。そのためにここで用いる真の指数の定義を示しておく(注8)。

まず真の生計費指数を表そう。効用をuとおき，上にバーをつけ$\bar{u}$を不変とすれば，それは

$$P^{T}_{0t}=\frac{y_t(p_{1,t},\ \cdots\cdots,\ p_{n,t},\ \bar{u})}{y_0(p_{1,0},\ \cdots\cdots,\ p_{n,0},\ \bar{u})} \qquad (5)$$

と表される。ここで0が基準時，tが比較時を意味し，P^{T}_{0t}が比較時tの真の生計費指数である。分母のy_0は価格が$p_{1,0}$，…，$p_{n,0}$のときに効用水準$\bar{u}$を達成するのに必要な0時点での生計費（所得）であり，分子のy_tは価格が$p_{1,t}$，…，$p_{n,t}$のときに効用水準$\bar{u}$を達成するのに必要な生計費である。上式からわかるように真の生計費指数は価格変化時に同一効用水準を維持するのに必要な生計費の比較である。これは効用不変価格指数とも呼ばれる。

真の生計費指数が効用の同一水準の下での生計費比較であったのに対し，価格が同一水準の下での異なる効用水準達成に必要な生計費比較もできる。それは次式のように示すことができる。

$$Q^{T}_{0t}=\frac{y_t(\bar{p}_1,\ \cdots\cdots,\ \bar{p}_n,\ u_t)}{y_0(\bar{p}_1,\ \cdots\cdots,\ \bar{p}_n,\ u_0)} \qquad (6)$$

ここでも変数の上のバーは一定水準であることを表し，第1財から第n財の価格が変化しないことを示す。したがって，上式は価格水準を一定とした場合に各時点の効用水準u_0，u_tを達成するのに必要な生計費の割合を示している。この指数は真の実質所得指数（理論数量指数）と呼ばれている。

真の生計費指数，真の実質所得指数に加えて真の限界価格指数も定義することができる。これは効用が変化したときに基準時と比較時の価格の下でその効用を達成するのに必要となる生計費を限界的な比で表した指数である。限界的にとらえた，その両方を

$$dy_0=y(p_{1,0},\ \cdots,\ p_{n,0},\ u+du)-y(p_{1,0},\ \cdots,\ p_{n,0},\ u)$$

（注8）拙著（1991）第2章第1節を参照。

$$dy_t = y(p_{1,t}, \cdots, p_{n,t}, u+du) - y(p_{1,t}, \cdots, p_{n,t}, u)$$

で表そう。ここで,

$$y'(p_1, \cdots\cdots, p_n, u) = \frac{\partial y}{\partial u}$$

とおけば上の2つの式は

$$dy_0 = y'(p_{1,0}, \cdots, p_{n,0,} u)\, du$$

$$dy_t = y'(p_{1,t}, \cdots, p_{n,t,} u)\, du$$

と書き換えることができる。真の限界価格指数はこれらの比率で定義される。すなわち

$$P'_{0t} = \frac{dy_t}{dy_0} \qquad (7)$$

または

$$P'_{0t} = \frac{y'(p_{1,t}, \cdots\cdots, P_{n,t}, u)}{y'(p_{1,0}, \cdots\cdots, P_{n,0}, u)} \qquad (7)'$$

である。これは効用水準変化に対して各時点価格ではそれを達成するのにいくらの費用がかかるのか，その費用の比率である。

4．効用関数と真の各指数との対応関係

これまでクライン＝ルービン型効用関数と真の各指数をそれぞれ定義してきた。真の各指数の定義よりクライン＝ルービン型効用関数に応じてそれが計算可能なことがTheil, H（1980a）と拙著（1991）で示されている。拙著（1991）ではこれらを2変数のケースで示したがここでは一般化してn財で展開しておく必要がある。Theilの用いた記号を使って所得に対する補償所得の割合を定義する。それは

$$\rho_t = \frac{y_t - \sum_{i=1}^{n} p_{i,t}\, b_i}{y_t} \qquad (8)$$

である。もし補償所得がゼロならばそのときの各財のシェアは次のように表される。すなわち，

$$s_i = \frac{p_{i,t} b_i}{\sum_{i=1}^{n} p_{i,t} b_i} \tag{9}$$

である。

これらを用いて前述の真の生計費指数，真の実質所得指数及び真の限界価格指数をクライン＝ルービン型効用関数をもとに計算することができる(注9)。限界シェアを利用した幾何的平均を

$$P_a = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{p_{i,t}}{p_{i,0}}\right)^{\theta_i}$$

そしてシェア s_i をウエイトとした加重平均を

$$P_b = \sum_{i=1}^{n} s_i \frac{p_{i,t}}{p_{i,0}}$$

とすれば，まず真の生計費指数は次のようにこれらの加重平均として表すことができる。すなわち，

$$P^T_{0t} = \rho_t P_a + (1 - \rho_t) P_b \tag{10}$$

である。また，真の実質所得指数は次のように表すことができる。

$$Q^T_{0t} = 1 + (\rho_t - \rho_0) + \rho_t \left(\frac{y_t / y_0}{P_a} - 1\right) \tag{11}$$

（注9）拙著（1991）第2章p 50－60を特に参照。

そして最後に真の限界指数も計算できる。それは

$$P'_{0t} = P_a$$

となり前述のP_A自体が真の限界指数の値ということになる。

5．真の指数とディビジア指数，フリッシュ指数

クライン＝ルービン型の効用関数に基づいた真の各指数を（10)，(11)，(12）式のように得た。拙稿（1992b）ではフリッシュモーメントを利用することによりこれらの真の指数を計算していたが本稿の試みはこれを逆にし，これまで得た真の指数からフリッシュ指数をはじめディビジア指数を計算していこうというものである。その際利用する理論は拙稿（1992b）のものではなく，真の指数とディビジア，フリッシュ指数との本来の対応関係である。この点が大きく異なる。

そこでまずディビジア指数を定義する。価格指数，数量指数は

$$d \ln P^D = \sum_{i=1}^{n} w_i \, d \ln p_i \tag{13}$$

$$d \ln Q^D = \sum_{i=1}^{n} w_i \, d \ln q_i \tag{14}$$

である。$d \ln p_i$及び$d \ln q_i$は価格・数量の対数微小変化であり，w_iは

$$w_i = \frac{p_i q_i}{y}$$

という各財の予算シェアである。ディビジア指数はこの予算シェアをウエイトとした$d \ln p_i$と$d \ln q_i$の加重平均である。

またフリッシュ指数は価格指数とは次のように定義される。

$$d \ln P^F = \sum_{i=1}^{n} \theta_i \, d \ln p_i \tag{15}$$

これらの指数は前述の各財の限界シェアθ_iをウエイトとしたときの加重平均である。ディビジア指数とフリッシュ指数との違いはウエイトがそれぞれ予算シェアと限界シェアとなっている点である。

これらの指数は拙著（1991）(注10) に示したように真の指数に対応している。
すなわち，

$$\ln P^{T}(p,\ p+dp,\ \bar{u}) = d\ln P^{D} \tag{16}$$

$$\ln P'(p,\ p+dp,\ \bar{u}) = d\ln P^{F} \tag{17}$$

$$\ln Q^{T}(\bar{p},\ u,\ u+du) = d\ln Q^{D} \tag{18}$$

である。真の生計費指数とディビジア価格指数，真の限界価格指数とフリッシュ価格指数，そして真の実質所得指数とディビジア数量指数がそれぞれ対応している。特に最後のディビジア数量指数についていはTheil, H（1980）より

$$d\ln Q^{D} = d\ln\frac{y}{P}$$

が成立しているので，それが実質所得を意味することは他からも証明されている。ただし上式のPは一般物価水準である。

6　真の指数の計測

いまディビジア価格指数，数量指数及びフリッシュ価格指数を真の各指数と対応させたが，(16)，(17)，(18) 式を実際に計算できるようにするためには各式を次のように書き換えなければならない。

$$d\ln P^{D} \fallingdotseq \ln P^{T}_{0t} - \ln P^{T}_{0,t-1} \tag{16'}$$

$$d\ln P^{F} \fallingdotseq \ln P'_{0t} - \ln P'_{0,t-1} \tag{17'}$$

$$d\ln Q^{D} \fallingdotseq \ln Q^{T}_{0t} - \ln Q^{T}_{0,t-1} \tag{18'}$$

各式とも前期の各真の指数との差で表すことができる。

（注10）拙著（1991）第3章p 111を特に参照。

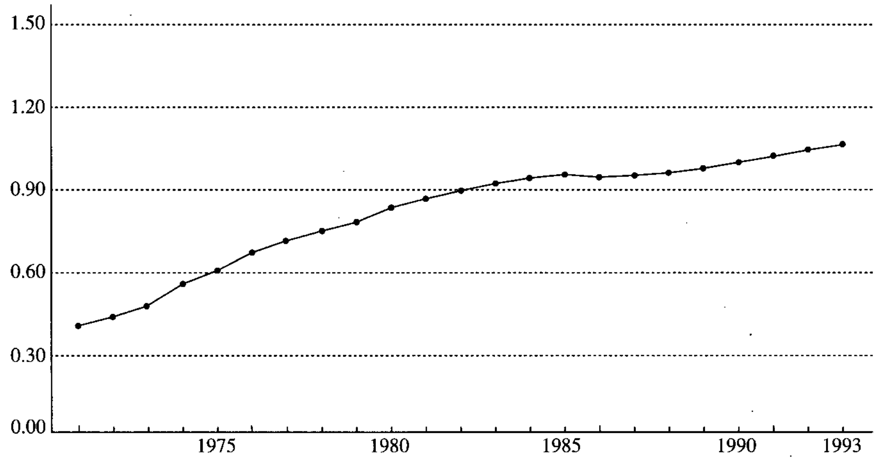
これらの (16)′, (17)′, (18)′式を利用してディビジア価格指数, 数量指数及びフリッシュ価格指数を計算するためにはまず真の生計費指数, 真の実質所得指数及び真の限界価格指数の計測が必要となる。そこで第2節の8費目によるクライン＝ルービン型効用関数のパラメータ推定値により (10), (11), (12) 式より真の各指数を計算した。1970年から1993年までの真の各指数の値を計算した結果が表2である。左から真の生計費指数, 真の実質所得指数, 真の限界価格指数という順である。またグラフで表したのがグラフ2, グラフ3, グラフ4である。真の生計費指数, 真の実質所得指数, 真の限界価格指数とも1990年を1とおいて基準化してある。真の生計費指数, 真の実質所得指数については拙稿 (1992b) でΣ－ＱＥＳ型需要関数に対応させて計算したが (そのときは1985＝1), 日本の消費データで真の限界価格指数を計算したのは筆者もはじめてであり, 他にもほとんどない。今回計算した結果をみてみると, 真の生計費指数と真の限界価格指数とも2度の石油ショックを含んだ1970年代にその伸び率も大きかったがその後は安定的に推移している。拙稿 (1992b) では1990年までの計算値であっ

表2　真の生計費指数, 真の実質所得指数及び真の限界価格指数

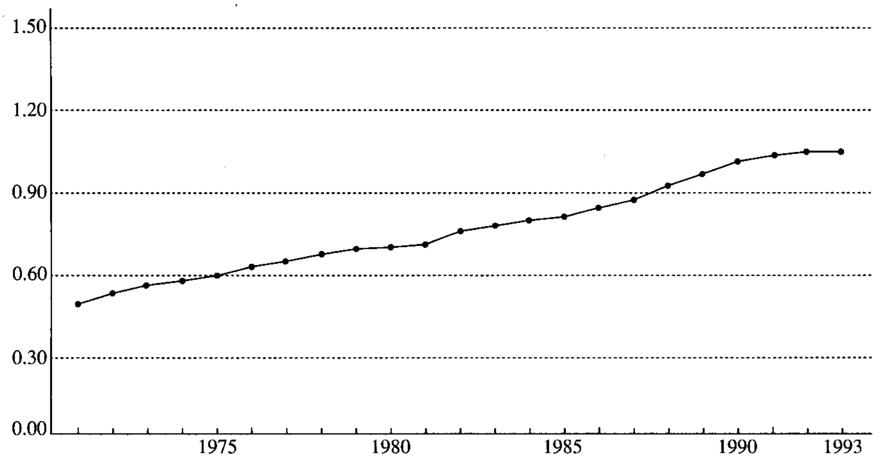
	真の生計費指数	真の実質所得指数	真の限界価格指数
1970	0.373	0.455	0.385
1971	0.395	0.481	0.405
1972	0.419	0.526	0.429
1973	0.471	0.562	0.477
1974	0.555	0.583	0.567
1975	0.610	0.605	0.621
1976	0.666	0.626	0.676
1977	0.713	0.644	0.723
1978	0.743	0.665	0.753
1979	0.774	0.695	0.787
1980	0.826	0.701	0.837
1981	0.861	0.709	0.872
1982	0.888	0.753	0.897
1983	0.905	0.772	0.909
1984	0.927	0.790	0.930
1985	0.946	0.811	0.951
1986	0.948	0.835	0.954
1987	0.951	0.870	0.956
1988	0.956	0.930	0.959
1989	0.975	0.967	0.977
1990	1.000	1.000	1.000
1991	1.023	1.025	1.019
1992	1.043	1.036	1.040
1993	1.057	1.050	1.052

1990＝1.0

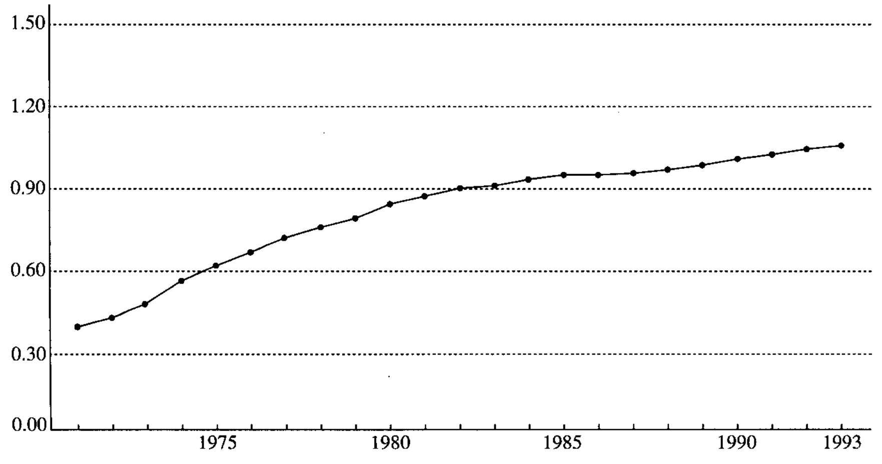
グラフ２　真の生計費指数



グラフ３　真の実質所得指数



グラフ４　真の限界価格指数



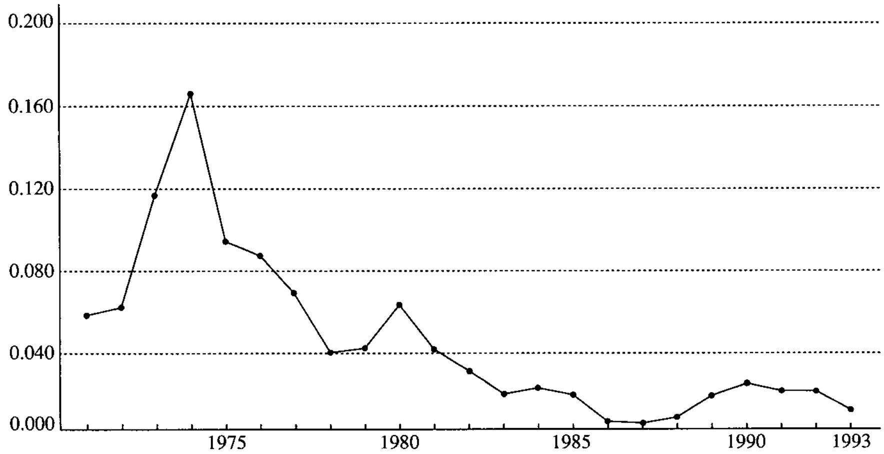
たが真の生計費指数は同様の結果となっている。他方真の実質所得指数は1985年後半に高い伸びを示しており，1970年代前半の伸びの高さを除けばこのバブル期に実質所得の伸びも大きかったことを表している。

いま真の生計費指数，真の実質所得指数及び真の限界価格指数の計測値を得たので次に(16)′，(17)′，(18)′式よりディビジア価格指数，数量指数及びフリッシュ価格指数を計算することができる。1971年から1993年までの期間のこれらの指数を計算した結果が表3である。表3では左からディビジア価格指数，ディビジア数量指数，フリッシュ価格指数の計算値が示されている。ここではいずれも対数の微小変化，つまり$d\ln P^D$，$d\ln Q^D$，$d\ln P^F$の値が載せられている。ディビジア価格指数とフリッシュ価格指数とも対数微小変化で上昇率を表すため価格変動の動きが顕著にあらわれている。これらも拙稿（1992b）のΣ－ＱＥＳ型需要関数から

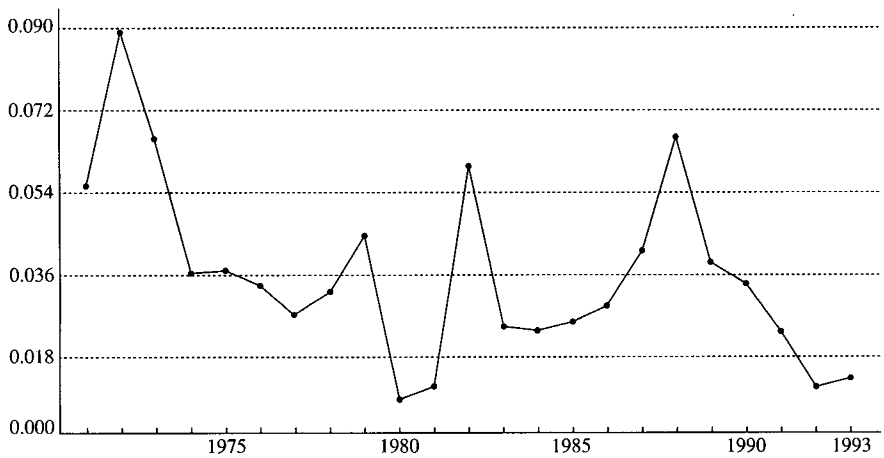
表3　ディビジア価格指数，ディビジア数量指数及びフリッシュ価格指数

	ディビジア価格指数 $d\ln P^D$	ディビジア数量指数 $d\ln Q^D$	フリッシュ価格指数 $d\ln P^F$
1971	0.057	0.055	0.051
1972	0.060	0.089	0.058
1973	0.116	0.066	0.105
1974	0.165	0.037	0.174
1975	0.094	0.037	0.090
1976	0.088	0.034	0.085
1977	0.069	0.028	0.067
1978	0.040	0.032	0.042
1979	0.042	0.045	0.044
1980	0.064	0.009	0.061
1981	0.042	0.011	0.041
1982	0.030	0.060	0.029
1983	0.020	0.025	0.013
1984	0.024	0.024	0.023
1985	0.020	0.026	0.022
1986	0.003	0.029	0.004
1987	0.002	0.041	0.002
1988	0.005	0.066	0.003
1989	0.019	0.039	0.018
1990	0.026	0.034	0.023
1991	0.022	0.024	0.019
1992	0.020	0.011	0.021
1993	0.013	0.013	0.011

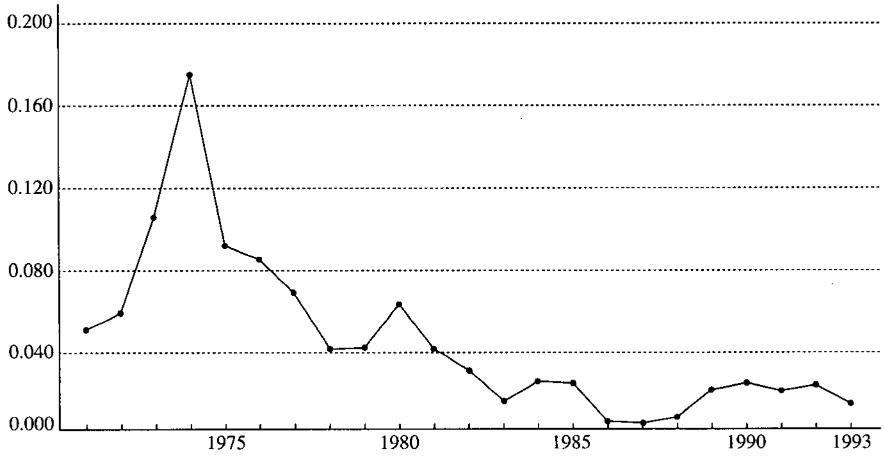
グラフ5 ディビジア価格指数 d ln P ᴰ



グラフ6 ディビジア数量指数 d ln Q ᴰ



グラフ7 フリッシュ価格指数 d ln P ᶠ



導いたディビジア価格指数，数量指数及びフリッシュ価格指数との比較においてほとんど同様のものが得られたといってよい。ディビジア価格指数もフリッシュ価格指数も前述したように1970年代に大きくはねあがっているもののその後は比較的落ちついた動きとなっている。ディビジア数量指数も前述の真の実質所得指数と同様の解釈ができ，日本経済における消費関連の実質所得動向をうまく表わしている。

7　ここでのシステムーワイド・アプローチの利用

システムーワイド・アプローチの需要方程式を適用してこれまでの結果からその中に含まれる所得の伸縮性（所得の限界効用の所得弾力性の逆数）の計測を行いたいのだが１つ問題が発生する。それはパラメータ値が特定できないという問題である。８費目についてのシステムーワイド・アプローチの需要方程式を推定するとパラメータの値を特定できなくなる。すなわち所得の伸縮性が一意的には決定できなくなってしまう。これが障害の一つである。そこで本稿では一つの試みを行う。それは消費財をグループ分けして考えることである。すなわち１の食品・飲料・煙草から７のレクリエーション・娯楽・教育・文化サービスまでを一つのグループAとし，８の「その他」をグループBとし，消費需要方程式をグループとして扱うことにより需要方程式の数を減らしパラメータ値の推定値の特定を可能にしようというものである。

具体的に示そう。今回のように

$$u = u(q_1) + \cdots\cdots + u(q_n)$$

とい選好独立が成り立っているときにはシステムーワイド・アプローチの各財の消費需要方程式は次のようになっている。

$$w_i \, d \ln q_i = \theta_i \, d \ln Q^D + \phi \, \theta_i \, d \ln \frac{p_i}{P^F} \quad (19)$$

これは対数形微小変化の需要を右辺のディビジア指数の項及び価格をフリッシュ価格指数でデフレートした価格の項で説明した形となっている。右辺第２項に含まれるパラメータ ϕ が前述の所得の伸縮性であり，この逆数１／ϕ が所得の限界効用の所得弾力性である。たとえば，財が２グループA，Bに分けられるとしたら各グループの需要方程式を集計して

$$w_A \, d \ln q_A = \theta_A \, d \ln Q^D + \phi \, \theta_A \, d \ln \frac{p_A}{P^F} \quad (20)$$

$$w_B \, d \ln q_B = \theta_B \, d \ln Q^D + \phi \, \theta_B \, d \ln \frac{p_B}{P^F} \tag{21}$$

と書くことができる(注11)。したがってここでの例では，１～７までの費目がまとめられてA，そして８の「その他」の費目がBということになる。グループAを推定すればパラメータ制約よりBが求まるので推定は（20）式又は（21）式のみでよい。

これらを推定することによりϕの推定値を特定できる。そこで（20）式を推定しよう(注12)。用いたデータは表３を主とし，多少の修正を加えた上で推定した。その結果，所得伸縮性ϕの値は－0.2055となり，その逆数の所得の限界効用の所得弾力性の値は－4.8662となった。この所得伸縮性の値の大きさ自体についての議論はタイルやフリッシュの間で議論のわかれるところではあるが，システムーワイド・アプローチより所得伸縮性を計算することができた意味は大きい。これまでの所得伸縮性の計測は拙稿（1993）のように他のワーキングモデル等の利用を考えなければならなかったがここではシステムーワイド・アプローチよりダイレクトに計算することができた。これは効用関数が選好独立であったこと，ディビジア価格指数，数量指数，フリッシュ価格指数が前もって計測されていたことが大きく貢献している。所得伸縮性を中心とした応用分析に道が開けよう。

９．おわりに

これまでの拙著，拙稿での研究を通して

（１）経済理論をより一般化すると同時にそのより容易な推定法の開発

（２）ラスパイレスやパーシェ指数以外で算出が難しく，かつより有用な経済指数の計測とその応用

に力を入れてきた。本稿は前者としての役割よりこの後者の一試論といえ，真の指数とディビジア，フリッシュ両指数の計測の一つの方法を示したものである。同時にその結果の経済理論への応用を果たすことによりそれらの経済理論での有用性を立証したといえよう。これらの試みは現在のところ消費理論の発展に大きく寄与するとともに，生産理論についても貢献が大きいと考えらる(注13)。経済指数と経済理論とのリンクという意味で一経済統計論で終わらないところにこれまでの研究の意義を感じている。

（注11）財のグループ集計についてはTheil, H.（1980b）のｐ21－26にコンパクトにまとめられている。拙著（1992a）第２章第３節も参照。

（注12）ここでの推定には最小二乗法を利用した。本来限界シェア推定値については線形支出体系推定値の制約があるが，ここでは単純推定を行った。

（注13）拙稿（1992a）参照。

今後は前者，後者いずれの点でもより広い応用分野を考えるべきである。拙稿（1995）では効用への外的要素寄与率計測理論を展開できたが，これからも応用の幅を広げていくためには拙稿（1992b）や本稿のように各経済指数のいろいろな計測方法を開発していくことが，より一般化された精緻な経済理論の実証化につながっていくと考えられる。その意味で，今回の真の指数を通してのディビジア，フリッシュ指数の計測と，その所得伸縮性の計測への応用は非常に重要であるといえよう。

参考文献

K öves,P.（1981） *Indexelmélet és Közgazdági Valóság, Budapest* : Akadémiai Kiadó（Translated by Szirbit, F.（1983）“Index Theory, and Economic Reality” ,Budapest : Akadé mia : Kiadó ）.

水野勝之（1991）『ディビジア指数』創成社。

水野勝之（1992a）『システムーワイド・アプローチの理論と応用ー計量モデルの新展開ー』梓出版。

水野勝之（1992b）「Σ－ＱＥＳ型需要関数とフリッシュモーメント」貯蓄経済理論研究センター貯蓄経済理論研究会年報第８巻。

水野勝之（1993）「基数的効用算出の一試論」貯蓄経済理論研究センター貯蓄経済理論研究会年報第９巻。

水野勝之（1995）「効用への外的要素寄与率計測理論」貯蓄経済理論研究センター貯蓄経済理論研究会年報第10巻。

Theil,H.（1975-1976）. *Theory and Measurement of Consumer Demand.* 2 vols. Amsterdam : North-Holland Publishing Company.

Theil,H.（1978）. *Introduction to Econometrics*, Prentice-Hall, Inc〔溝口敏行監訳『計量経済学序説（上）（下）』東洋経済新報社，1982〕

Theil,H.（1980a）. *The System-wide Approach to Microeconomics.* University of Chicago press.

Theil,H.（1980b） *System-wide Explorations International Economics, Input-output Analysis, and Marketing Reseach.* North-Holland Publishing Company.

Theil,H., and Clements, K.W. (978) “A differential approach to U.S. import demand.” *Economics Letters* , 1.

Theil,H., Suhm, F.E., and Meisner, J.F.（1981） *International Consumption Comparison : A System-wide Approach* , North-Holland.

Theil,H., and Clements, K.W.（1987） *Applied Demand Analysis : from System-wide Approaches* , Ballinger Publishing Co.