

II-113 三相誘導電動機の起動過渡トルクの解析

松 瀬 貢 規
西 山 栄 枝
高 木 亀 一

An Analysis of the starting transient torque of the Three Phase Induction Motor

Koki MATSUSE
Sakae NISHIYAMA
Kameichi TAKAGI

Abstract

In this paper, the authors analyze the transient phenomena of the three phase induction motor at the starting upon the instantaneous symmetrical coordinate theory.

This analysis can be performed in more general case, in which the secondary resistances are variable.

The equations used in the calculations of the starting transient torque and the starting time characteristics are obtained by the approximate torque. However, it was proved that the approximate equations are accurate, in comparison with the exact numerical solutions.

The authors used the wound type three phase induction motor of 3.7 KW rating for the tested machine.

Using the approximate equations, the authors examined the starting transient torque and the starting time characteristics by numerical examples of the testing machine, and disclosed the relation between the starting transient phenomena and the supplied voltage frequency, and the relation between the starting transient phenomena and the secondary resistance.

§ 1. 序 論

三相誘導電動機(三相 I・M)の起動時において、非常に大きな過渡振動トルクが発生することはすでに実験、アナログ・シミュレーション、デジタル計算機での数値計算および瞬時対称座標法の応用等によって知られている。文献(1)においては、実測に単極発電機を巧みに使用している。アナログ・シミュレーションやデジタル計算機での数値解析では実際の三相軸から α ・ β 相座標軸への座標変換によって、 α ・ β 相軸での電圧・電流方程式と運動方程式の連立非線形微分方程式を計算機で解いている⁽²⁾⁻⁽¹⁰⁾。また、瞬時対称座標法による解析では、実際の三相軸から零相、正相、逆相の三相對称座標軸に変換し、ラプラス変換を利用して、過渡トルクや過渡電流の計算式を導いている⁽¹⁰⁾

-⁽¹³⁾。

本論文では、瞬時対称座標法を使用して、起動時における過渡トルク、過渡電流および起動時間の解析を行った。この理論による解析法は文献(10)~(13)等に紹介されている。文献(11)には三相 I・Mの2次抵抗値が変化しないかご型に対し、周波数が 50Hz の時のじか入れ起動時の過渡トルク等の解析が行なわれている。また、文献(12)にも同じくかご型三相 I・Mについて、起動後の定常状態において、電圧の変動による過渡トルク等の解析が主として行なわれている。そしてまた、文献(13)にも、2次抵抗を一定とした過渡トルクの解析と慣性負荷がない場合のトルク・速度特性についての計算式が求められている。

そこで、先に筆者等は、アナログ計算機を用いて、三相 I・Mの2次抵抗及び電源周波数を変化し、それ

らと起動時における過渡トルクとの関係を解析したのであるが⁽²⁾⁻⁽⁵⁾、今回は、瞬時対称座標法によってはまだ解析されていない三相 I・M の 2 次抵抗が変化するという一般的な巻線型についての起動時における過渡トルク等の計算式を求めた。そこで、それらの計算式から電源周波数及び 2 次抵抗と起動時過渡トルクとの間の諸特性や起動時間との関係が明らかになった。

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{12} \\ e_{21}e^{j\theta} \\ e_{22}e^{-j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P, & \frac{3}{2}MP, & \\ & R_1 + \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)P, & \frac{3}{2}MP \\ \frac{3}{2}M(P-jw'), & & R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P-jw'), \\ & \frac{3}{2}M(P+jw'), & R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P+jw') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_1^2 \\ i_2^1e^{j\theta} \\ i_2^2e^{-j\theta} \end{pmatrix} \quad \dots(1)$$

但し

- e_{11}, e_{12} ; 固定子側, 正相及び逆相電圧[V]
- $e_{21}e^{j\theta}, e_{22}e^{-j\theta}$; [K]で変換後の回転子側, 正相及び逆相電圧[V]
- i_1^1, i_1^2 ; 固定子側, 正相及び逆相電流[A]
- $i_2^1e^{j\theta}, i_2^2e^{-j\theta}$; [K]で変換後の回転子側, 正相及び逆相電流[A]
- R_1, R_2 ; 固定子及び回転子の一相当りの抵抗[Ω]
- l_1, l_2 ; 固定子及び回転子の一相当りの漏れインダクタンス[H]
- L_1, L_2 ; 固定子及び回転子の一相当りの自己インダクタンス[H]
- M ; 固定子, 回転子間の 1 相当りの最大相互インダクタンス[H]
- P ; 演算子
- q ; 極対数
- w, w' ; 電源角周波数および回転子の電氣的角周波数

$$\begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{21}e^{j\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 + P\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right), & \frac{3}{2}MP \\ \frac{3}{2}M(P-jw'), & R_2 + (P-jw')\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1e^{j\theta} \end{pmatrix} \quad \dots(4)$$

(4)式より、正弦波の三相平衡電圧をステップ状に印加した場合の過渡電流を計算する。ここで、機械的な現象は電氣的な現象にくらべて非常に緩慢であるから、 w' は常数とみなす⁽¹⁾。また、巻線型 I・M で 2 次励磁がないと $e_{21}e^{j\theta}$ は零となる。

そこで、(4)式は(5)式のように変形できる。

$$K\{P^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)P + \lambda_1\lambda_2\}[i] = \begin{pmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)(P-jw') \\ -\frac{3}{2}M(P-jw') \end{pmatrix} e_{11} \quad \dots(5)$$

§ 2. 解析方法および結果

2.1 三相 I・M の対称分インピーダンス方程式、トルク方程式および運動方程式

I・M を瞬時対称座標法によって表示した対称分インピーダンス方程式は、零相分を除き（零相電流が零であるから）、整流行列[K]で変換した後に(1)式となる。

$$\theta \quad ; \text{固定子と回転子の電氣的偏差角 [rad]}$$

瞬時トルクの一般式は(2)式となる⁽¹⁾。

$$T = j\frac{3}{2}Mq\{i_1^2i_2^1e^{j\theta} - i_1^1i_2^2e^{-j\theta}\} \quad [\text{N}\cdot\text{m}] \quad \dots(2)$$

また、回転機の運動方程式は一般に(3)式で表わされる。

$$T = J\frac{dw_m}{dt} + Dw_m + T_L \quad \dots(3)$$

但し、 $w_m = w'/q$

J ; 慣性モーメント [N・m・sec²/rad]

D ; 制動係数 [N・m・sec/rad]

T_L ; 一定負荷 [N・m]

2.2 過渡電流

過渡トルクを求めるには、(2)式より、過渡電流を求めなければならないことがわかる。ここでは、対象としているのは起動時の過渡電流である。(1)式において、逆相分は正相分の共役量であることに注目すれば(1)式は(4)式のように正相分だけで表わすことができる。

但し、 $[i] = \begin{pmatrix} i_1^1 \\ i_2^1e^{j\theta} \end{pmatrix}$

$$e_{11} = \frac{\dot{E}_{11}e^{j\omega t} + \dot{E}_{12}^*e^{-j\omega t}}{\sqrt{2}}$$

$$\sigma = 1 - \frac{\frac{9}{4}M^2}{\left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right)\left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)}$$

$$\chi_1 = \frac{R_1}{l_1 + \frac{3}{2}L_1}, \quad \chi_2 = \frac{R_2}{l_2 + \frac{3}{2}L_2}$$

$$K \equiv \sigma \left(l_1 + \frac{3}{2}L_1\right) \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2\right)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 \\ \lambda_2 &= -\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \pm j \left\{ \frac{\omega'}{2} \mp \frac{\delta(\omega')}{2} \right\} \\ \frac{\gamma(\omega')}{\delta(\omega')} &= \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(\omega_0^2 - \omega'^2)^2 + \frac{4\omega'^2(\chi_2 - \chi_1)^2}{\sigma^2}} \right.} \\ &\quad \left. \pm (\omega_0^2 - \omega'^2) \right\}} \\ \omega_0 &= \frac{\sqrt{(\chi_2 - \chi_1)^2 + 4(1 - \sigma)\chi_1\chi_2}}{\sigma} \end{aligned}$$

(5)式を Laplace 変換すれば(6)式となる。

$$\begin{aligned} K\{S^2L[i] - S[i_0] - [i_0]^{(1)} - (\lambda_1 + \lambda_2)(SL[i] - [i_0]) \\ + \lambda_1\lambda_2L[i]\} \\ = \left(R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (S - j\omega') \right) \left(\frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{S - j\omega'} + \frac{\dot{E}_{12}^*/\sqrt{2}}{S + j\omega'} \right) - \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) e_0 \\ - \frac{3}{2}M(S - j\omega') \end{aligned} \quad \dots(6)$$

$$[i] = \frac{1}{2\pi jK} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \left(R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (S - j\omega') \right) \frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2} \varepsilon^s t ds}{S - j\omega(s - \lambda_1)(s - \lambda_2)} \quad \dots(9)$$

この過渡電流は留数の定理を使用して求められる。
その計算過程は省略して、結果だけを書けば(10)式となる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t) \varepsilon^{j\theta} \end{bmatrix} &= \frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{K(\lambda_1 - j\omega)(\lambda_2 - j\omega)} \begin{bmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (j\omega - \omega') \\ -j(\omega - \omega') \frac{3}{2}M \end{bmatrix} \varepsilon^{j\omega t} \\ + \frac{E_{11}/\sqrt{2}}{K(\lambda_1 - \lambda_2)} &\left\{ \begin{bmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (\lambda_1 - j\omega') \\ -(\lambda_1 - j\omega') \frac{3}{2}M \end{bmatrix} \frac{\varepsilon^{\lambda_1 t}}{(\lambda_1 - j\omega)} - \begin{bmatrix} R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (\lambda_2 - j\omega') \\ -(\lambda_2 - j\omega') \frac{3}{2}M \end{bmatrix} \frac{\varepsilon^{\lambda_2 t}}{(\lambda_2 - j\omega)} \right\} \end{aligned} \quad \dots(10)$$

(10)式は回転子が ω_m で回転している時に電圧が印加されて流れる過渡電流を表わしている。また先に述べたように、逆相分電流は(10)式の共役量であるから(11)式の関係が成立つ。

$$\begin{bmatrix} i_1^2(t) \\ i_2^2(t) e^{-j\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1^1(t) \\ i_2^1(t) \varepsilon^{j\theta} \end{bmatrix}^* \quad \dots(11)$$

結局、(10)式および(11)式が求められた過渡電流の計算式である。

2・3 起動過渡トルク

瞬時トルクは一般式(2)で与えられるので前節で求めた過渡電流を(2)式にそれぞれ代入すると、その計算式が得られる。

さて、従来の論文では⁽¹¹⁾⁻⁽¹³⁾、かご型 I・M を試料機としているため、 $\chi_1 = \chi_2$ なる条件を加えて計算されている。ここでは、その条件を加えないで電流の計算を行なったのと同様に過渡トルクの計算に当たっても、その条件は加えていない。

今、電流を(12)式、(13)式とおく。

$$i_1^1(t) = \frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{K} (\dot{A} + \dot{B} + \dot{C}) = i_1^2(t)^* \quad \dots(12)$$

$$i_2^1(t) \varepsilon^{j\theta} = \frac{\dot{E}_{11}/\sqrt{2}}{K} (\dot{a} + \dot{b} + \dot{c}) = \{i_2^2(t) \varepsilon^{j\theta}\}^* \quad (13)$$

(6)式で e_0 は電圧の初期値を表わす。スイッチ投入前は電圧も電流も存在しないとすると(6)式において、(7)式が成り立つ。

$$e_0 = 0, \quad i_0 = 0, \quad [i_0]^{(1)} = 0 \quad \dots(7)$$

また、入力電圧は平衡電圧が印加されたとしているから、スイッチ投入前後を通じて、逆相分電圧は存在しないので(8)式が成立する。

$$\dot{E}_{12}^* = 0 \quad \dots(8)$$

(7)式および(8)式を考慮して、過渡電流を求めるため(6)式から(9)式が得られる。

但し

$$\dot{A} = \frac{R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (j\omega - \omega')}{(\lambda_1 - j\omega)(\lambda_2 - j\omega)} \varepsilon^{j\omega t}$$

$$\dot{B} = \frac{R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (\lambda_1 - j\omega')}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - j\omega)} \varepsilon^{\lambda_1 t}$$

$$\dot{C} = -\frac{R_2 + \left(l_2 + \frac{3}{2}L_2 \right) (\lambda_2 - j\omega')}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - j\omega)} \varepsilon^{\lambda_2 t}$$

$$\dot{a} = -\frac{j(\omega - \omega') \frac{3}{2}M}{(\lambda_1 - j\omega)(\lambda_2 - j\omega)} \varepsilon^{j\omega t}$$

$$\dot{b} = -\frac{(\lambda_1 - j\omega') \frac{3}{2}M}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_1 - j\omega)} \varepsilon^{\lambda_1 t}$$

$$\dot{c} = \frac{(\lambda_2 - j\omega') \frac{3}{2}M}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_2 - j\omega)} \varepsilon^{\lambda_2 t}$$

このようにおくと、過渡トルク T は(14)式を計算することになる。

$$\begin{aligned} T = \frac{j \frac{3}{2} M E_{11}^2}{2K^2} & \{ (\dot{A}^* + \dot{B}^* + \dot{C}^*) (\dot{a} + \dot{b} + \dot{c}) \\ & - (\dot{A} + \dot{B} + \dot{C}) (\dot{a}^* + \dot{b}^* + \dot{c}^*) \} \end{aligned} \quad \dots(14)$$

この計算は多少、めんどうであるが単なる代数計算であるため省略する。

$$S = \frac{w - w'}{w}, \quad S_0 = \frac{w - w_0}{w} \quad \dots(15)$$

この計算を行なう際に、回転角速度の代りに(15)式のような関係にあるすべり(s)を使用する。

結局、起動過渡トルクは、すべりと時間の関数として、(16)式のように表わされる。

$$\begin{aligned} T(t, s) = & U(s)\Gamma_1(s) - U(s)\varepsilon^{-\frac{x_1+x_2}{\sigma}t} \{ \Gamma_2(s)\varepsilon^{\gamma(s)t} + \Gamma_3(s)\varepsilon^{-\gamma(s)t} + A_1(s)\sin(-\delta(s)t) + B_1(s)\cos(-\delta(s)t) \} \\ & - 2U(s)\varepsilon^{-\frac{x_1+x_2}{2\sigma}t} \left[\left\{ A_2(s)\sin\frac{(s+1)wt}{2} + B_2(s)\cos\frac{(s+1)wt}{2} \right\} \cos\left(\frac{\delta(s)t}{2}\right) \sin h\left(\frac{\gamma(s)t}{2}\right) \right. \\ & + \left\{ A_2(s)\cos\frac{(s+1)wt}{2} - B_2(s)\sin\frac{(s+1)wt}{2} \right\} \sin\left(\frac{\delta(s)t}{2}\right) \cos h\left(\frac{\gamma(s)t}{2}\right) \\ & \left. + \Gamma_1(s) \left\{ \cos\frac{(s+1)wt}{2} \cos\frac{\delta(s)t}{2} \cos h\frac{\gamma(s)t}{2} - \sin\frac{(s+1)wt}{2} \sin\frac{\delta(s)t}{2} \sin h\frac{\gamma(s)t}{2} \right\} \right] \quad \dots(16) \end{aligned}$$

但し

$$\gamma(s) = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\omega^4(s-s_0)^2(2-s-s_0)^2 + \frac{4\omega^2(1-s)^2(\chi_2-\chi_1)^2}{\sigma^2}} \pm \omega^2(s-s_0)(2-s-s_0) \right\}}$$

$$\eta(s) = \gamma^2(s) + \delta^2(s) = \sqrt{\omega^4(s-s_0)^2(2-s-s_0)^2 + \frac{4\omega^2(1-s)^2(\chi_2-x_1)^2}{\sigma^2}}$$

$$T_0 = \frac{4(1-\sigma)\chi_2 E_{11}^2 q}{\sigma^2 \left(l_1 + \frac{3}{2} L_1 \right)}$$

$U(s)$

$$= \frac{T_0}{4\eta \left[\frac{1}{16}\eta^2 + \left\{ \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right)^2 + \frac{(1+s)^2\omega^2}{4} \right\} + \frac{\omega^2(s-s_0)(2-s-s_0)}{2} \left\{ \frac{\omega^2(1+s)^2}{4} - \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right)^2 \right\} + \frac{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(1-s^2)\omega^2}{2\sigma^2} \right]}$$

$$\Gamma_1(s) = s\omega\eta(s)$$

$$\frac{\Gamma_2(s)}{\Gamma_3(s)} = \frac{1}{2} \left\{ (1-s)\omega - \delta(s) \right\} \left\{ \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right)^2 + \frac{(1+s)^2\omega^2}{4} + \frac{\eta(s)}{4} \pm \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right) \gamma(s) \mp \frac{(1+s)\omega}{2} \delta(s) \right\}$$

$$A_1(s) = \gamma(s) \left\{ \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right)^2 + \frac{(1+s)(3s-1)\omega^2}{4} - \frac{\eta}{4} \right\} - \frac{\delta(s)(\chi_1 + \chi_2)(1-s)\omega}{2\sigma}$$

$$B_1(s) = -\omega(1-s) \left\{ \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right)^2 + \frac{(1+s)^2\omega^2}{4} - \frac{\eta}{4} \right\} - \gamma^2(s) \frac{\omega(1+s)}{2} - \frac{(\chi_2^2 - \chi_1^2)(1-s)\omega}{2\sigma^2}$$

$$A_2(s) = \gamma(s) \left\{ \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right)^2 + s^2\omega^2 - \omega^2 \left(\frac{1-s_0}{2} \right)^2 \right\} - \delta(s) \frac{(1-s)\omega\chi_2}{\sigma}$$

$$B_2(s) = -\delta(s) \left\{ \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{2\sigma} \right)^2 + s^2\omega^2 - \omega^2 \left(\frac{1-s_0}{2} \right)^2 \right\} - \gamma(s) \frac{(1-s)\omega\chi_2}{\sigma}$$

2.4 起動時間

起動時間は(3)式の運動方程式の一般式から求めることができる。静止状態から一定回転数までの回転数と時間の関係を求める起動過渡状態では、(3)式の右辺で、慣性力が制動力とか、一定負荷に比べて大きく影響する。このため、制動力と一定負荷の項を消去し、(3)式を(17)式へと変形する。

$$T = J \frac{dw_m}{dt} \quad \dots(17)$$

(15)式を用いて、回転角速度 w_m の代りにすべりを使って、(17)式を(18)式へ変形する。

$$T = -\frac{wJ}{q} \frac{ds}{dt} \quad \dots(18)$$

ここで、発生瞬時電磁トルク T は(16)式で表わされるように s と t の関数であるため、(18)式は非線型微分方

程式となり、解析的に解けない。そこで、時間とすべりの関係を求めるため、発生トルクの平均値を近似的に実効トルク(19)式とする。この式を(18)式に代入して、運動方程式を(20)式とする。

$$T(s) = U(s)\Gamma_1(s) \quad \dots(19)$$

$$T(s) = -\frac{wJ}{q} \frac{ds}{dt} \quad \dots(20)$$

ここで、起動時間は(20)式からえた(21)式を解けばよいことになる。(21)式の演算は多少めんどうになるが、積分可能であるため計算を遂行すれば解をうる。

$$\int_0^t dt = -\int_1^s \frac{wJ}{qT(s)} ds \quad \dots(21)$$

結局、近似的な起動時間とすべりとの関係として、(22)式をうる。

$$t = \frac{2w^4 J}{q T_0} [C_2(1-s^2) + C_1(1-s) - C_0 \log e s] \dots (2)$$

但し、

$$C_2 = 1 + \left(\frac{\chi_2}{\omega \sigma}\right)^2$$

$$C_1 = (1-s_0)^2 - \left(\frac{\chi_2 - \chi_1}{\omega \sigma}\right)^2$$

$$C_0 = \frac{1}{18.42} \left[2s_0(s_0 - 2) + \left\{ s_0(2-s_0) + \left(\frac{\chi_1 + \chi_2}{\sigma w}\right)^2 \right\}^2 + \frac{2}{w^2 \sigma^2} (7\chi_2^2 - 2\chi_1\chi_2 - \chi_1^2) \right]$$

ここでは、起動時間を近似的に求めたが、もちろん、計算機を使用して、(18)式の非線形微分方程式をRunge Kutta 法等により解けば、厳密な起動時間を求めることができる。その結果も、併せて、以下の章に述べる。

§ 3. 数値計算例

3・1 起動過渡トルクおよび起動時間

(1) 電源周波数が 50Hz, 2 次挿入抵抗が零の場合
起動時における過渡トルクおよび起動時間の計算式は(16)式と(2)式で与えられた。ところで、過渡トルクの(16)式は(試料機の諸定数と入力電圧および電源周波数が定まれば) s と t の関数である。しかし、すでに s と t の関係、すなわち起動時間の式が(2)式で与えられているので、この式を用いて、時間の変化に対する起動過渡トルクの値は計算できる。

この数値計算に使用した三相 I・M の定格及び諸定数を第 1 表に示す。

試料機についての起動過渡トルクおよび起動時間の数値計算の一例を第 1 図、第 2 図に示す。この計算は、電源周波数が 50Hz で、2 次挿入抵抗が零の、そして、端子電圧が 150V, 200V, 250V についての計算であ

第 1 表 試料機の定格及び諸定数

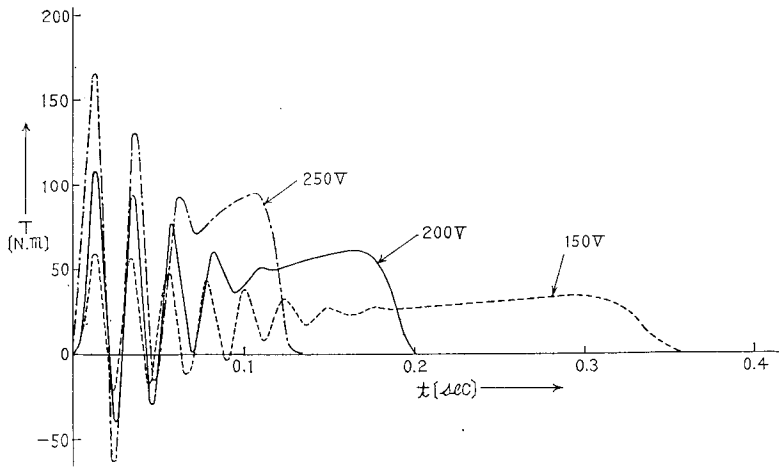
定 格		
三相巻線型	出力	3.7kw
電圧 200V	電流	14.6A
極数 4	周波数	50Hz
回転数 1420rpm		
諸 定 数		
$R_1 = 0.322 \Omega$	$R_2 = 0.466 \Omega$	
$L_1 + \frac{3}{2}L_2 = L_2 + \frac{3}{2}L_1 = 0.0566H$		
$\frac{3}{2}M = 0.0540H$		
$J = 7.65 \times 10^{-2} N \cdot m \cdot sec^2$		
$D_r = 5.16 \times 10^{-3} N \cdot m \cdot sec$		

る。この場合の計算に当って、独立変数を s にとり、振動トルクが存在する範囲では、その計算のきざみを s について 0.005 とし、その範囲外では 0.01 とした。 s の範囲は 0.995~0.01 である。尚、この場合、計算回数は 149 回で計算時間は約 13 分であった。

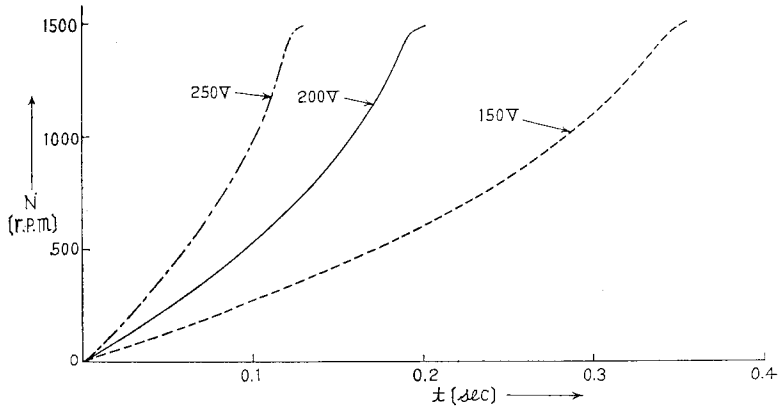
電源周波数を変えて計算する場合、その都度、計算のきざみを変える必要がある。

(2) 電源周波数を変化した場合

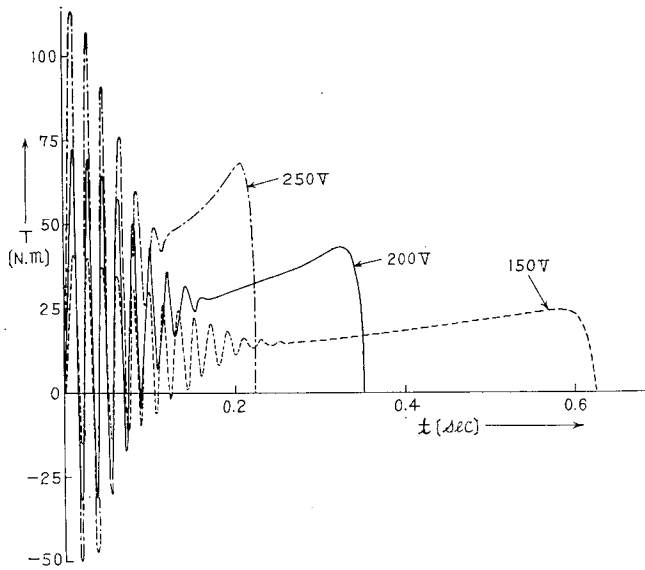
試料機の諸定数を変えず、電源周波数と電圧を変えた場合の起動過渡トルクと起動時間の計算例を第 3 図~第 7 図に示す。実際には、一般に周波数が少なくなるか、又は電圧が高くなると、磁気飽和の影響により、試料機の定数変るが、ここで計算した範囲では定数は周波数と電圧に対し、一定として計算を行った。その範囲というのは、40Hz~70Hz……150V, 200V,



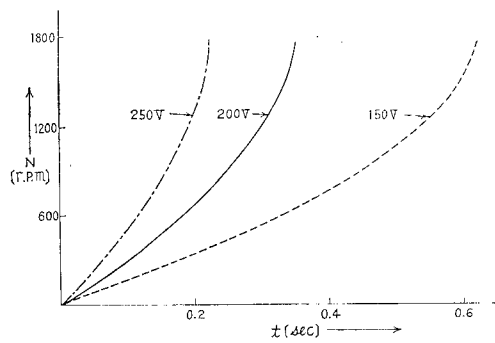
第 1 図 起動過渡トルク ($f = 50\text{Hz}$)



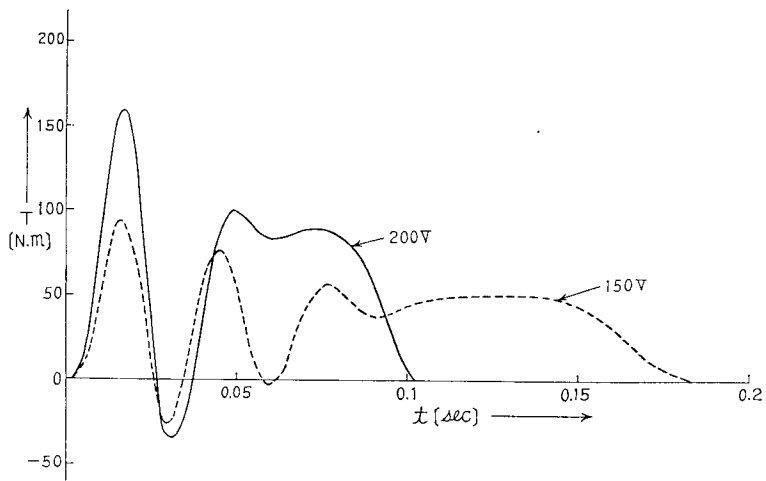
第2図 起動時間 ($f=50\text{Hz}$)



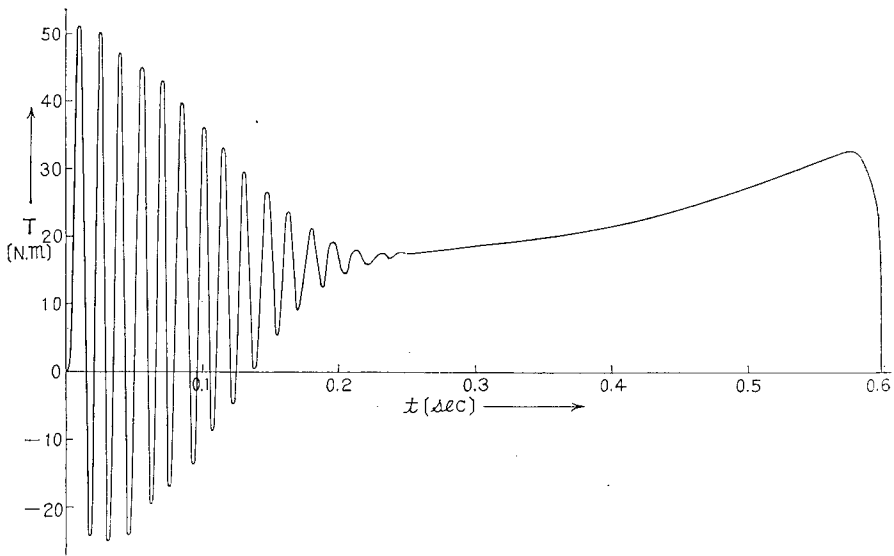
第3図 起動過渡トルク ($f=60\text{Hz}$)



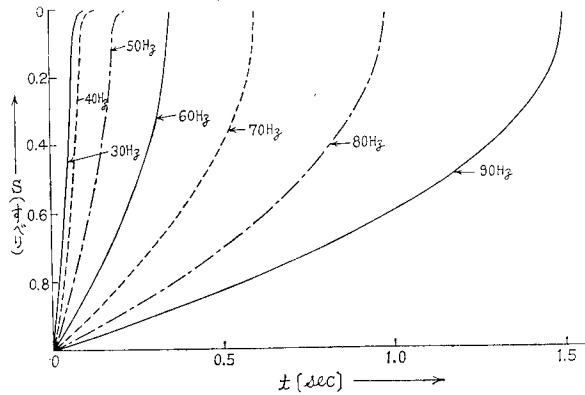
第4図 起動時間 ($f=60\text{Hz}$)



第5図 起動過渡トルク ($f=40\text{Hz}$)



第6図 起動過渡トルク ($V=200\text{V}$ $f=70\text{Hz}$)



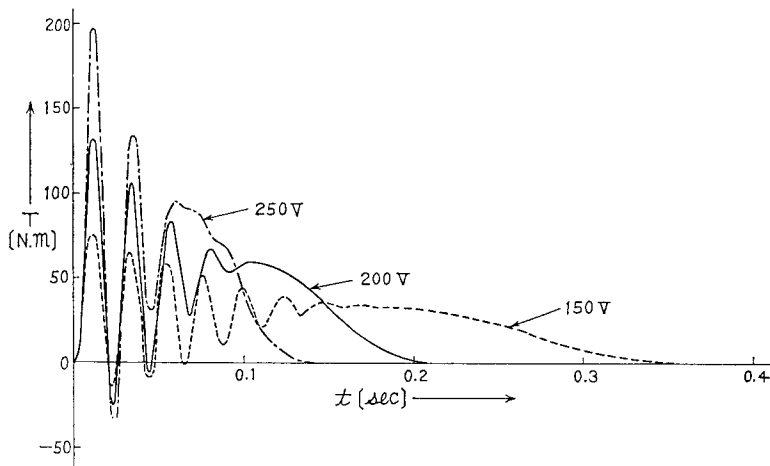
第7図 起動時間 (端子電圧 200V)

250V ; 80Hz, 90Hz.....200V, 250V である。

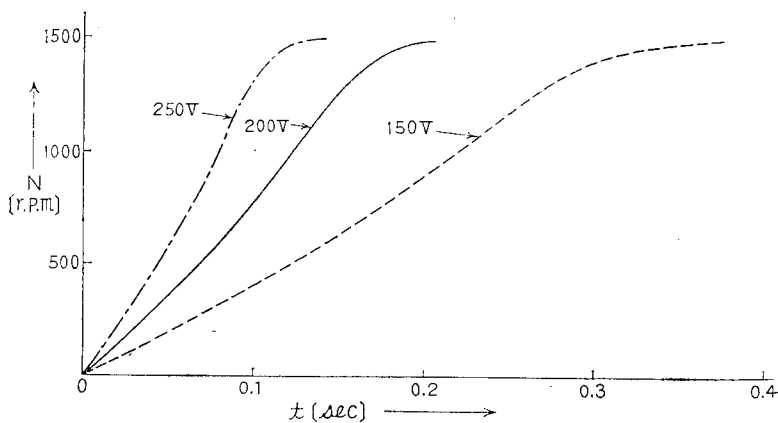
(3) 2次抵抗を変化した場合

電源周波数を 50Hz とし、2次抵抗だけを変化した場合の計算例を第8図～第11図に示す。それらの図中で、 R_2 は挿入抵抗までを含めた1相の2次抵抗を表

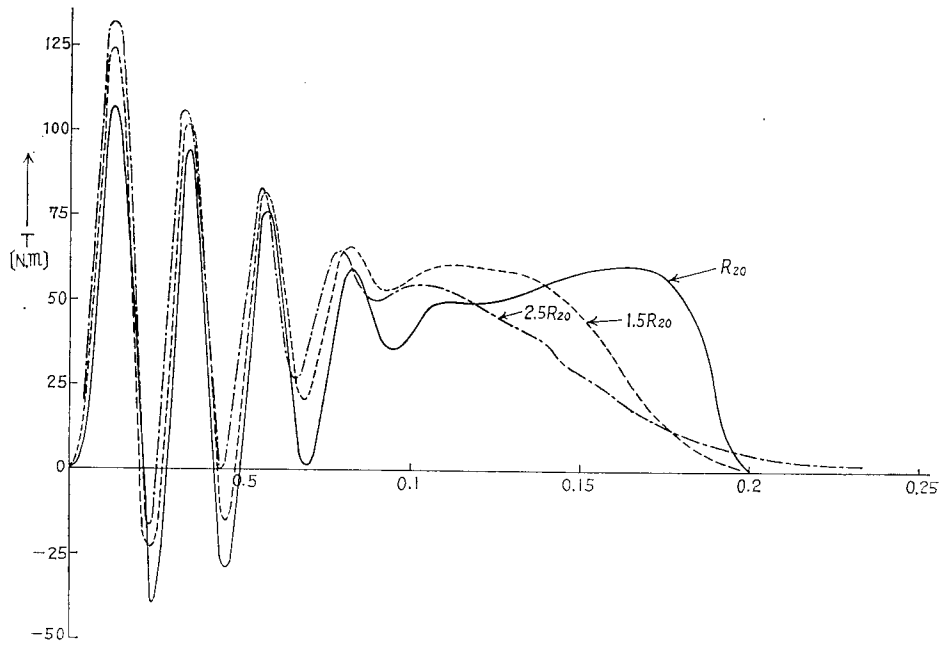
わし、 R_{20} は2次1相の巻線抵抗だけを表わす。ここでの計算の範囲は R_2 が R_{20} の 1.25 倍から、0.25倍おきに3.00倍までの、そして各々端子電圧が150V, 200V, 250V についてである。



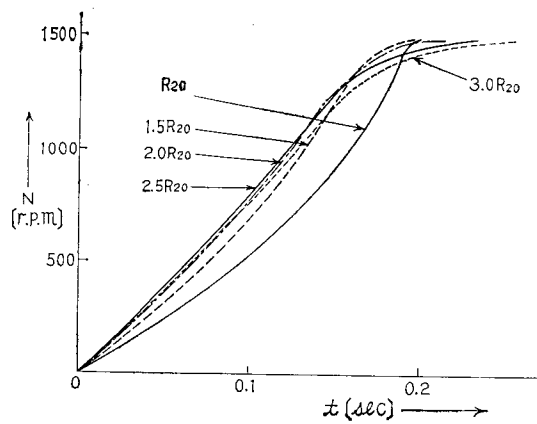
第8図 起動過渡トルク ($f=50\text{Hz}$, $R_2=2.0R_{20}$)



第9図 起動時間 ($f=50\text{Hz}$, $R_2=2.0 \times R_{20}$)



第10図 起動過渡トルク ($f=50\text{Hz}$, $V=200\text{V}$)

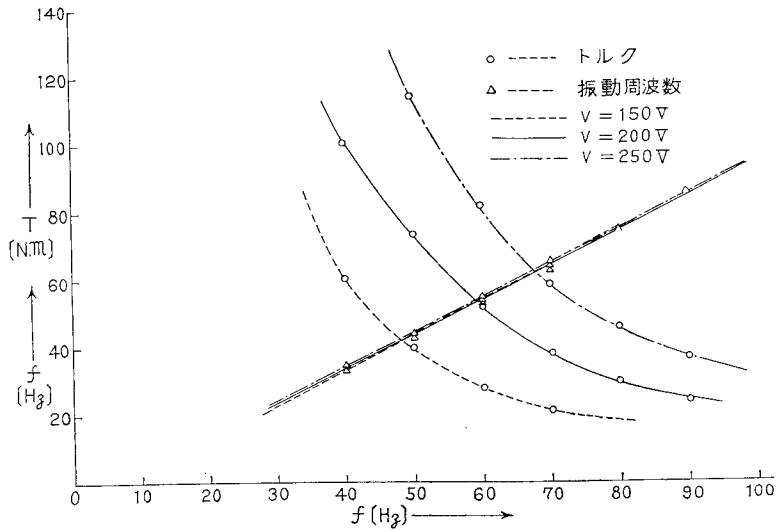


第11図 起動時間 ($f=50\text{Hz}$, $V=200\text{V}$)

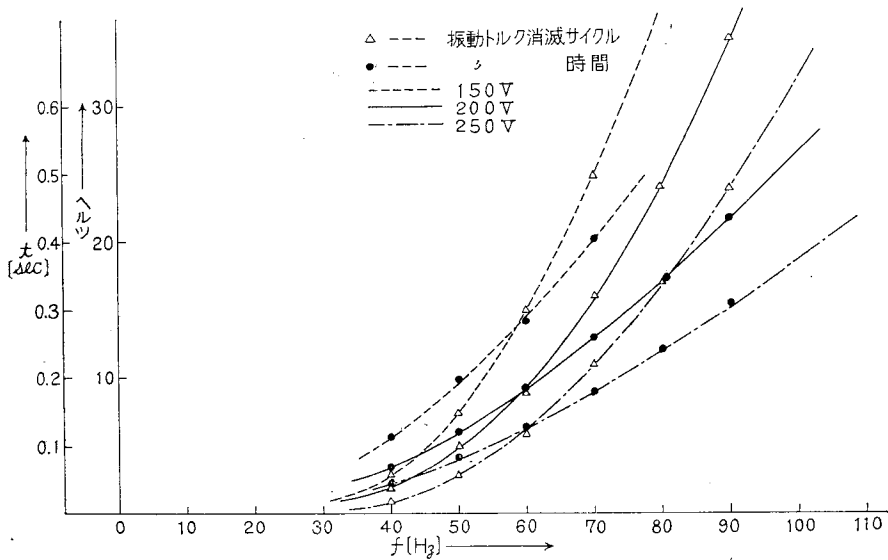
3・2 電源周波数と過渡特性との関係

電源周波数を 40Hz~90Hz まで変えて計算した結果から起動過渡トルクの諸特性および起動時間と電源周波数の関係を第12図~第15図に示す。ここで過渡振動

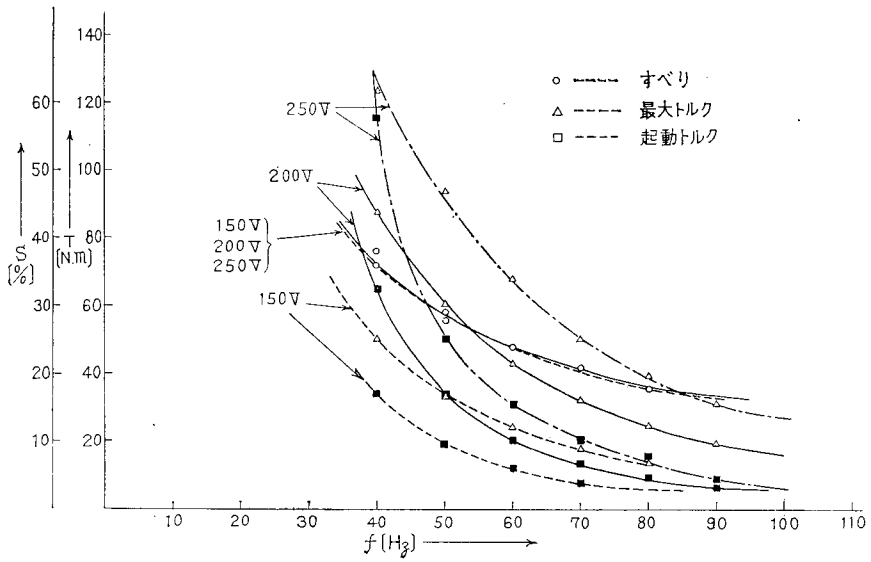
最大トルクとは振動トルクの最大振幅値をいい、それは、計算結果からわかるように振動トルクの最初の一サイクルの値である。また、図からわかるように振動トルクは定常トルクに重なった形になっている。



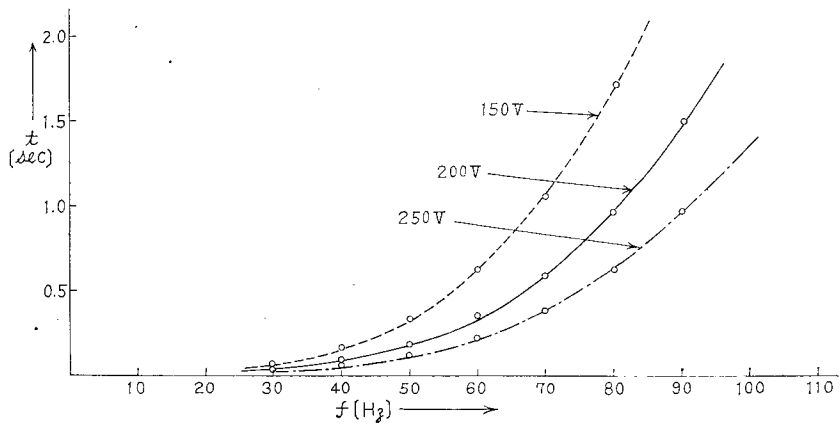
第12図 過渡振動最大トルク、振動周波数と電源周波数



第13図 過渡振動トルク消滅サイクル、時間と電源周波数



第14図 定常最大トルク，すべり，定常起動トルクと電源周波数

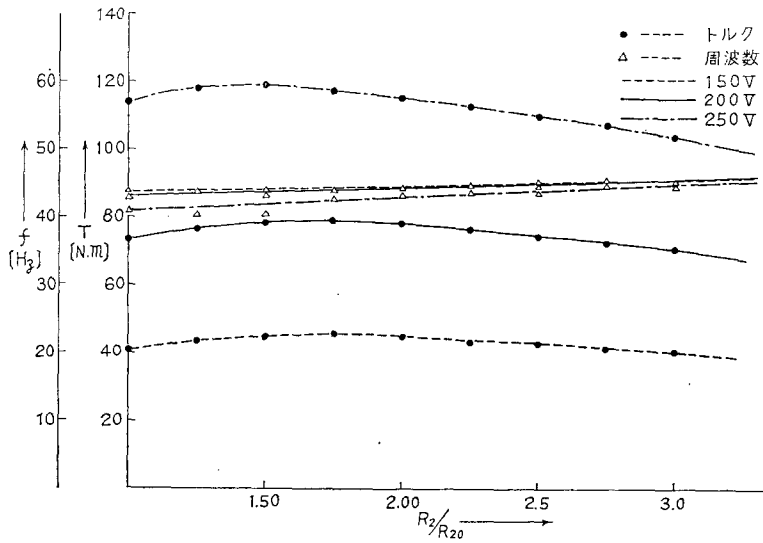


第15図 起動時間と電源周波数 (s = 4.0%までの時間)

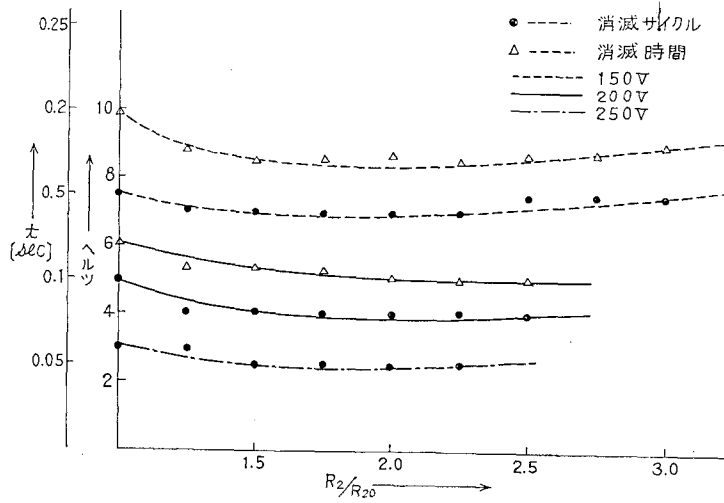
3・3 2次抵抗と過渡特性との関係

2次抵抗値を変えて計算した結果から、起動過渡ト

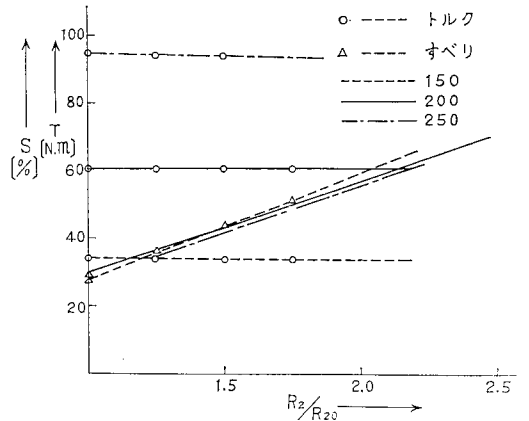
ルクの諸特性および起動時間と2次抵抗値との関係を第16図～第19図に示す。



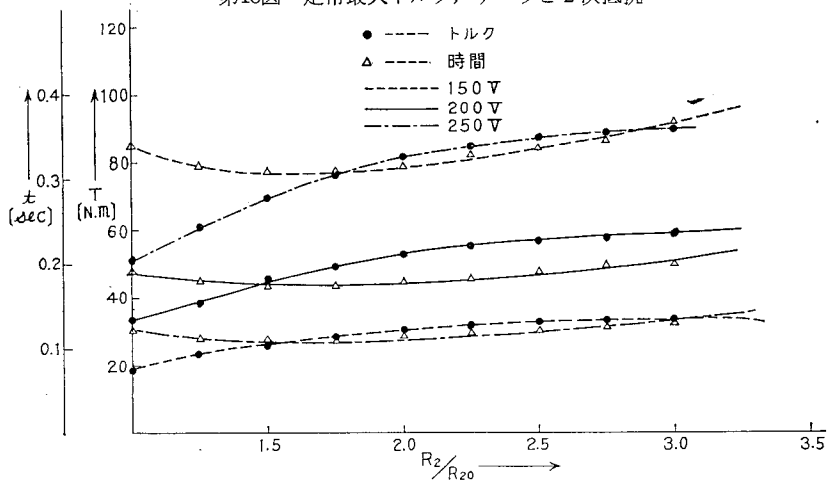
第16図 過渡振動最大トルク，振動トルクの周波数と2次抵抗



第17図 過渡振動消滅サイクル，消滅時間と2次抵抗



第18図 定常最大トルク，すべりと2次抵抗

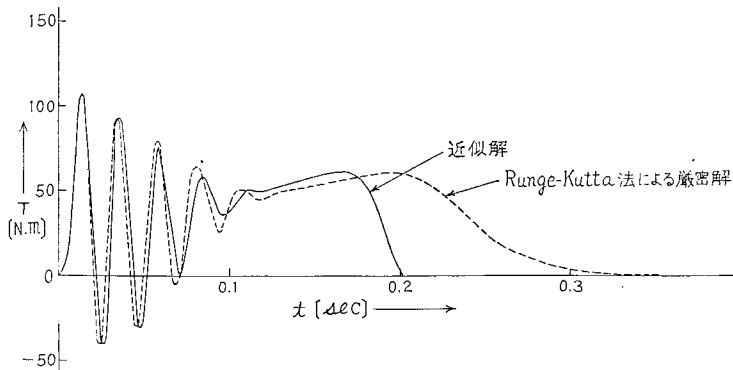


第19図 定常起動トルク，起動時間と2次抵抗

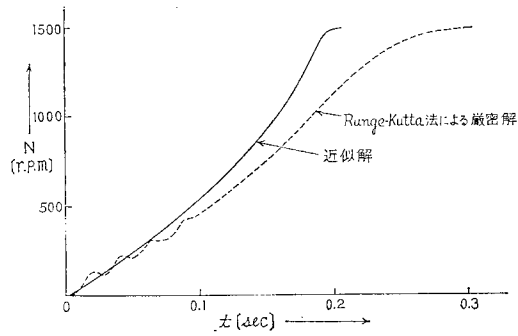
3・4 近似しない起動時間での計算例

起動過渡トルクの計算に必要な s と t の関係を(18)式からうる。(18)式は非線形微分方程式である為、この式を Runge-Kutta 法によって数値解析して、 s と t の関係が得られる。

端子電圧、200V、電源周波数、50Hz、2次挿入抵抗、零の場合の数値計算例を第20図、第21図に示す。なお、計算のきざみは0.002秒とした。この場合、計算回数は(すべりが99.4%から1%まで)146回で、その計算時間は約46分であった。



第20図 起動過渡トルクの近似解と厳密解の比較



第21図 起動時間の比較図

§ 4. 検 討

4・1 起動過渡トルクおよび起動時間についての検討

第20図、第21図の表示から、起動時間については、厳密解では4サイクル程度（トルクの振動数によって決まるが）の変動を示しながら回転数は一定回転数まで時間と共に上昇する。しかし、近似化した解については回転数の変動が認められない。これは振動トルクを実効トルクとしなかった為の誤差である。

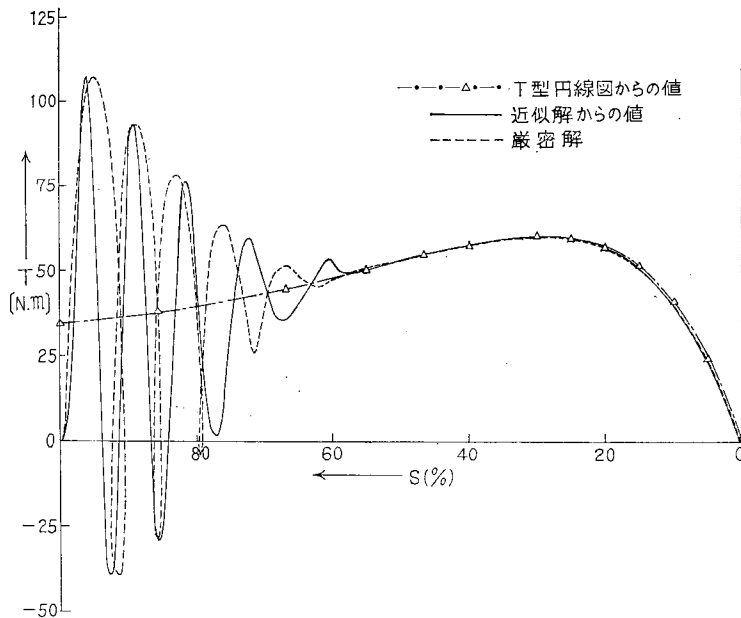
また、すべりが4%まで（無負荷回転数まで）は、近似解では0.192秒、厳密解では0.26秒の起動時間を必要とする。その誤差は26.2%である。

次に、起動過渡トルクでは、その振動トルクの大きさについては2つの解の値は等しいが時間的に近似化しない方が時間がのびていて、時間的な誤差だけを生じている。また振動トルクの周波数は共に43Hzであり、まったく一致している。

また、近似解と厳密解を速度-トルク特性で比較してみると第22図のようになる。厳密解は振動トルクが一部ら線形になっている。そして、すべりが50%以下では、近似解、厳密解および円線図からのトルクの値はまったく一致していることがわかる。

4・2 電源周波数と起動過渡トルク特性

電源周波数に対する、起動過渡トルクの諸特性およ



第22図 起動過渡トルクの種類、トルク特性 (200V, 50Hz)

び起動時間等の関係は第12図～第15図に示されている。これらの図から、試料機については、以下のことが明らかになる。

(1) じか入れ起動時の起動時間は電源周波数のほぼ4乗に比例して増大し、過渡振動トルクの消滅サイクルもほぼ同じ傾向を示す。

(2) 過渡振動トルクは時間的には指数函数的に減少する。そして、その最大値は定常起動トルクとほぼ同じ傾向を示し、電源周波数の約2乗に反比例する。

(3) 振動トルクの周波数は各々、電源周波数よりも約6～8Hz程度低い周波数である。また、電圧にはほとんど無関係である。

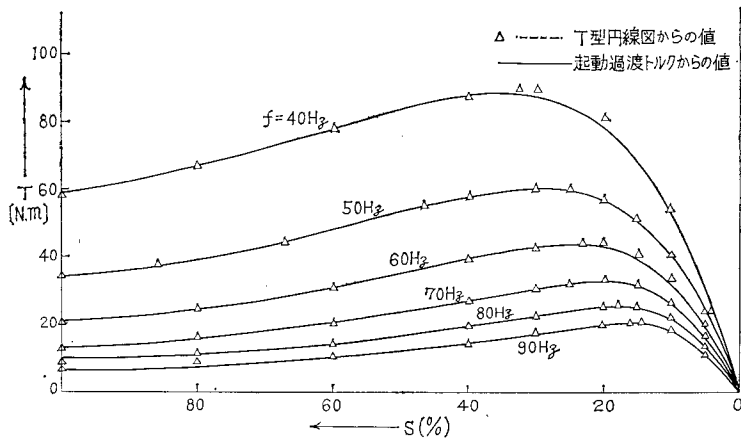
第23図に、各電源周波数の定常状態に対する速度・トルク特性を示す。この図においては、計算値より求めた起動過渡トルクの振動トルクに対する平均値と定常トルク、それに、T型円線図により求めたトルクとの比較を行っている。この図からわかるように、円線

図より求めた値と計算値とはまったく一致している。

ここで、円線図を書く際に使用した各電源周波数に対する試料機の諸定数を第2表に示す。電源周波数によって、諸定数が多少異なっていることがわかる。

第2表 周波数に対する試料機の諸定数

f [Hz]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	$L_1 + \frac{3}{2}L_1 = L_2 + \frac{3}{2}L_2$ [H]	$\frac{3}{2}M$ [H]
35	0.322	0.410	0.0554	0.0527
40	//	0.468	0.0558	0.0532
50	//	0.473	0.0682	0.0656
60	//	0.493	0.0762	0.0736
70	//	0.492	0.0801	0.0776
80	//	0.526	0.0807	0.07805
90	//	0.549	0.0790	0.0765
100	//	0.554	0.0747	0.0720



第23図 速度・トルク特性と電源周波数 (200V)

4・3 2次抵抗と起動過渡トルク特性

2次抵抗と起動過渡トルクの諸特性および起動時間との関係は、第16図～第19図に示されている。これらの図より、以下のことが言える。

(1) 起動時間と振動トルクの消滅サイクルは2次抵抗に対し、同じ傾向を示し、いったん少なくなったのちまた多くなる。

(2) 過渡振動トルクの最大値は、わずかに大きくなった後、直線的にわずかながら減少していく。このことは、電圧が高いほど顕著である。

(3) 振動トルクの周波数は、ほとんど2次抵抗に対して、一定であり、電圧にも影響をうけない。

第18図において、定常最大トルクは、その値の時のすべりが100%になる2次抵抗値までは一定である。

しかし、100%以上になる抵抗値から以後は、そのトルクは一定ではなくなることは、速度・トルク特性における比例推移から周知のことである。

§ 5. 結 言

本論文においては、巻線形三相誘導電動機の起動時における起動過渡トルク、起動時間等の過渡特性について、瞬時対称座標法を用い、その存在がすでに文献(1)に示されている起動時振動過渡トルクの理論的な解析を行ない、その数値計算を行った。この解析は2次抵抗値の変化も可能である為、従来解析よりもより一般的であると言える。

演算途中で、起動時間の計算式を求める場合、トルクを近似化した。それを近似化しない厳密解と比較す

れば、起動過渡トルク、起動時間、共に時間的な誤差を生じたことがわかった。しかし、トルク-時間の特性(第20図)において、振動トルクの存在する範囲では、まったく、二つの解の結果は一致している。また、振動トルクの周波数も一致している。

次に、速度・トルク特性での過渡トルクは、その振動トルクの大きさ、定常トルクの大きさについては、ほとんど誤差がない。そして、すべりが60%以下では、円線図、近似解および厳密解の結果はまったく一致している。ただ、振動トルクの存在する範囲での、すべりについてだけ誤差がある。

起動時間において、近似化した計算では、速度の上昇中にその変動が生じないが、厳密解では変動が生じている。

結局、この点と先に述べた時間的な相違が近似化したための誤差であり、起動過渡トルクの誤差にもなっている。

近似式および厳密解での計算時間は、端子電圧が200V、周波数が50Hz、2次挿入抵抗が零である前述の計算例において、近似式では13分、厳密解では46分であり、その時間には3.5倍の差がある。

以上、厳密解と近似解の比較・検討より、次のような特性の算定については、計算時間が非常に少なくてすむ近似式を十分使用できることが解った。

(1) 過渡振動トルクが発生する時間迄の過渡トルクの諸特性(振動トルクの大きさ、その振動数、消滅サイクル等)。

(2) 速度・トルク特性における、すべての範囲での定常トルク、振動トルクの大きさ。

(3) 起動時間と速度の関係における、速度の変動を除く大体の傾向。

そして、次のような特性の算定には、時間はかかるが厳密解を必要とする。

(1) 正確な速度と時間の関係。

(2) 速度・トルク特性における、振動トルクと速度(すべり)との関係。

前述のような近似化した計算式の誤差評価のもとで、電源周波数、2次抵抗および電圧等を変化して、それらと起動過渡トルク、起動時間等の諸特性との関係が、

近似式を用いて、明らかにされた。

今回は、磁気飽和現象のない線形な場合の理論的な解析だけを報告した。これは、筆者らが現在行なっている磁気回路の飽和現象等の非線形を考慮した誘導電動機の過渡現象の解析における前回のアナログ計算機による解析に続く一部分である。

今後は、実験的な解析を含めた電磁的非線形性、電源波形が正弦波以外の場合、2次回路が不平衡な場合等の過渡現象を扱いたい。

最後、実測に際して、ご協力を得た本学、卒業研究生、塩埜、高橋(斌)両君に感謝します。

尚、本論文における数値計算は、総て、明大計算センターのOKITAC-5090Mによって行なわれた。その際、本学の小川教授はじめ計測・制御研究室の方々、および森田女史はじめ計算センターの方々のご協力を得たことを附記し、各位に感謝の意を表します。

文 献

- (1) 山村・安井；電学誌 vol. 79 No. 851 (昭30)
- (2) 松瀬・高木；電気四学会連大 No. 479 (昭43)
- (3) 松瀬・高木；電気学会東京支部 No. 148 (昭43)
- (4) 松瀬・高木；明大工研報告 No. 23 II-96 (昭43)
- (5) 松瀬・高木；電学誌 Vol. 90, No. 4 pp. 691~700
- (6) F. M. Haughes, A. S. Aldred; PIEE vol. 111 No. 12 (1964)
- (7) P. C. Krause, C. H. Thomas; IEEE Power App. & System vol. PAS-84. No. 11 (1965)
- (8) D. C. White, H. H. Woodson; Electromechanical Energy Conversion, John Wiley & Sons. (1959)
- (9) R. D. Slater, etc; PIEE vol. 113 No. 5 (1966)
- (10) 松瀬・西山・高木；電気四学会連大 No. 525 (昭44)
- (11) 竹内寿太郎；Matrix Theory of Electrical Machinery オーム社 1967
- (12) 山田・城条；電力中研技報(火力63003) (昭38—5)
- (13) I. R. Smith, S. Sriharan; PIEE vol. 113 No. 7 (1966)